

**AYUDAS HIPERMEDIALES DINÁMICAS PARA LA ENSEÑANZA DEL  
CONCEPTO DE RELACIONES DE ORDEN EN NÚMEROS ENTEROS A  
ESTUDIANTES DE GRADO 7 DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
JUAN XXIII DE PEREIRA.**

**ARLEX HERNANDO VALENCIA MESA**

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS  
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
Pereira, 2018**

## HOJA DE ACEPTACIÓN

---

---

---

---

**Firma del jurado**

---

**Firma del jurado**

---

**Firma del director**

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi familia por ser fuente de apoyo en la realización de este proyecto.

A mi asesor José Francisco Amador Montaña.

A mis compañeros de la Maestría en Enseñanza de la Matemática: mis directivos, mis docentes.

Al ministerio de educación nacional

## CONTENIDO

RESUMEN .....	5
ABSTRACT.....	6
INTRODUCCIÓN .....	7
CAPÍTULO 1. DESCRIPCION DEL PROBLEMA.....	8
1.1 PROBLEMA EDUCATIVO. ....	8
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	9
1.3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACION .....	10
1.3.1 Objetivo General. ....	10
1.3.2 Objetivos Específicos.....	10
1.4 JUSTIFICACIÓN .....	10
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO.....	13
2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.....	13
2.1.1. Investigaciones sobre el uso de AHD en la enseñanza. ....	13
2.1.2 Investigaciones relacionadas con el uso de las TIC en el aprendizaje de las relaciones de orden en números enteros Z. ....	14
2.2 BASES TEÓRICAS.....	16
2.2.1 Enfoque Pedagógico Socioconstructivista. ....	16
2.2.2 Características del socioconstructivismo: .....	16
2.2.3 Las tareas del proceso educativo desde el Socio-constructivismo.....	17
2.2.4 Mediación: .....	18
2.2.5 Andamiaje:.....	19
2.2.6 Ayuda ajustada:.....	19
2.3 ZONAS DE DESARROLLO .....	20
2.3.1 Zona de Desarrollo Próximo (ZDP):.....	20
2.3.2 Zona de Desarrollo Real (NDR): .....	21
2.3.3 Zona de Desarrollo Potencial (ZDP): .....	21
2.3.4 Construcción de Significados Compartidos.....	22
2.3.5 Procesos de Internalización.....	23
2.3.6 Actividad conjunta .....	23
2.4 TEORÍAS DE APRENDIZAJE.....	24

2.4.1 Aprendizaje Autónomo.....	24
2.4.2. Aprendizaje Colaborativo .....	28
2.4.3 Aprendizaje Basado en Problemas. (ABP) .....	33
2.4.4 Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK) .....	36
2.4.5 The Knowledge Quartet (KQ) .....	39
2.4.6 Conocimiento didáctico del contenido SHULMAN .....	42
2.4.7 Ambientes de aprendizaje .....	45
2.4.8 MODELO VAN HIELE .....	48
2.5 LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS .....	50
2.5.1 La AHD como Sistema Hipermedia Adaptativo (SHA) .....	51
2.6 MATERIAL EDUCATIVO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS. ....	52
2.6.1 Características del material educativo digital. ....	53
2.6.2 Usos de Material Educativo. ....	56
2.6.3. Adaptación de Material educativo. ....	57
2.6.4 Estrategias comunicativas .....	58
2.7 LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE LAS RELACIONES DE ORDEN EN NÚMEROS ENTEROS .....	59
2.7.1 ORDEN DE LOS NÚMEROS ENTEROS .....	60
CAPÍTULO III METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....	63
3.1 DISEÑO CUALITATIVO DESCRIPTIVO .....	63
3.2 CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN .....	64
3.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN. ....	64
3.3.1 Técnica de observación participante.....	64
3.3.2. Registros videográficos.....	65
3.3.3. Los cuadros de trabajo. ....	66
3.4 DISEÑO DEL MODELO PEDAGÓGICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS RELACIONES DE ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS Z EN EL AULA DE CLASE .....	66
3.5. PROCEDIMIENTO .....	68
3.5.1. Fases, Objetivos y actividades del estudio.....	69
3.6. DISEÑO E CREACIÓN DE LA AHD.....	70
3.6.1. Diseño de la Secuencia Didáctica (SD). ....	72
3.7. DISEÑO Y ORGANIZACIÓN DEL AMBIENTE DE APRENDIZAJE .....	72
3.7.1. Contexto Físico. ....	72

3.7.2. Rol del estudiante.....	73
3.7.3. Rol del docente. ....	73
3.8 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.....	75
3.8.1 Creación y adaptación de materiales educativos. ....	75
3.8.2. Aplicación y uso de los recursos educativos de la AHD. ....	76
3.8.3. Estrategias comunicativas (con herramientas de trabajo colaborativo, autónomo y basado en problemas).....	77
3. 9. EVALUACIÓN DE LA AHD .....	77
CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS. ....	78
4.1. CREACIÓN DE MATERIAL EDUCATIVO.....	78
CAPÍTULO V CONCLUSIONES .....	79
5.1 CONCLUSION GENERAL .....	82
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	83

## **RESUMEN**

Este trabajo se enmarca dentro del macroproyecto de Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en la enseñanza de las matemáticas; presenta el desarrollo e implementación de una estrategia didáctica apoyada en las TIC que dinamice las prácticas pedagógicas de enseñanza-aprendizaje del concepto de relaciones de orden en números enteros entre docente y estudiantes en el aula de clase. Tiene como finalidad determinar la incidencia de los aportes didácticos que ofrece el uso de la AHD en el proceso de enseñanza del concepto de orden en números enteros en estudiantes del grado 7. Más específicamente, este trabajo toma como objeto fundamental de indagación cuatro aspectos que son: la creación y uso de material educativo, la adaptación de recursos educativos al contexto y las estrategias comunicativas en el aula de clase, en procesos de construcción del aprendizaje autónomo desde el enfoque socioconstructivista de la enseñanza en entornos colaborativos que se producen en dichos contextos gracias a la interacción entre el docente, los estudiantes a través de la AHD.

## **ABSTRACT**

This work is part of the macroproject of Dynamic Hypermedia Aids (AHD) in the teaching of mathematics; presents the development and implementation of a didactic strategy supported by ICT that dynamizes the teaching-learning pedagogical practices of the concept of relations of order in whole numbers between teacher and students in the classroom. Its purpose is to determine the incidence of didactic contributions offered by the use of AHD in the process of teaching the concept of order in whole numbers in students of grade 7. More specifically, this work takes as its fundamental object of inquiry four aspects that are: the creation and use of educational material, the adaptation of educational resources to the context and the communicative strategies in the classroom, in processes of construction of autonomous learning from the socioconstructivist approach to teaching in collaborative environments that occur in such contexts to the interaction between the teacher, the students through the AHD.



## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se realiza en el marco del macroproyecto de las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) para la enseñanza de la Matemática. Particularmente esta investigación busca determinar los aportes didácticos de las AHD, en la enseñanza del concepto de relaciones de orden en números enteros a estudiantes de grado 7.

La investigación es cualitativa de tipo interpretativo y está centrada en analizar la actuación del docente, y posterior reflexión sobre las posibilidades didácticas que ofrece la AHD en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase. Dará lugar a la creación de una AHD, como instrumento para el apoyo de cada clase de matemáticas, desde un enfoque socioconstructivista, con aprendizajes autónomo, basado en problemas y colaborativo.

## CAPÍTULO 1. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

### 1.1 PROBLEMA EDUCATIVO.

Una de las grandes problemáticas en grado séptimo para los estudiantes del centro educativo Juan XXIII se relaciona al derecho básico de aprendizaje número 1 para este curso el cual consiste en “*resolver problemas que involucren números racionales positivos y negativos en diversos contextos haciendo uso de las operaciones de adición, sustracción multiplicación, división y potenciación.*”. (MEN, 2016), en el caso particular de este trabajo se aborda la enseñanza de las relaciones de orden en números enteros, ya que si este concepto no se tiene claro no se puede profundizar en el campo de los números racionales y mucho menos en sus operaciones básicas.

Esta investigación surge de la problemática generada por los bajos resultados obtenidos en las pruebas saber 9° del año 2016 en donde se evidencia que existe una falencia detectada en las competencias de resolución “*81% de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en el conjunto de los números reales*” y razonamiento “*66% de los estudiantes no utiliza propiedades ni relaciones de los números reales para resolver problemas*”. Según Resultados Índice sintético de calidad (ISC) Institución educativa Juan XXIII de Pereira

## 1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

Desde mi experiencia docente de más de 15 años he encontrado que cuando se analiza las respuestas dadas por estudiantes de secundaria en el área de matemática se ha evidenciado la dificultad que tienen para lograr comprender el concepto de números enteros y su orden, saberes previos que deben de tener para poder dar solución al problema educativo antes mencionado; para los estudiantes es complejo que exista otro conjunto de números diferente a los números naturales y que, además, este conjunto se componga por números positivos y negativos los cuales son el pilar fundamental para poder dar paso y comprender el concepto de números reales.

Esto me lleva a buscar estrategias, metodologías, herramientas que faciliten comprender, asimilar dicho tema y salir de los métodos tradicionales empleados para la enseñanza del concepto de números enteros y su orden.

Como fundamentos teóricos se toma de diferentes fuentes entre ellos, Amador Montaña, J. F.; Sanchez, H; Rojas J. L.; Duque E. (2015) Dania B. F. (2009) entre otros, y algunos artículos y tesis que tiene como objeto de estudio la enseñanza de los números enteros y el impacto que estos tienen en el correcto aprendizaje de los demás campos numéricos.

Con respecto a las diferentes contenidos teóricos y fuentes citadas anteriormente se construye el andamiaje teórico-conceptual que da acceso al análisis del problema de investigación el cual es:

¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de ayudas hipermediales dinámicas en la enseñanza del concepto de relaciones de orden en números enteros a estudiantes de grado 7 en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase?

### 1.3 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACION

#### 1.3.1 Objetivo General.

Determinar los aportes didácticos que ofrece el uso de Ayudas hipermediales dinámicas desde el enfoque socioconstructivista en la enseñanza del concepto de relaciones de orden en números enteros a estudiantes de grado 7 en lo referente al uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase con estudiantes del grado caminar 1 de la Institución Educativa Juan XXIII de Pereira Risaralda.

#### 1.3.2 Objetivos Específicos.

- Diseñar un modelo pedagógico para la enseñanza de las relaciones de orden en los números enteros  $\mathbb{Z}$  en el aula de clase
- Crear una ayuda hipermedial dinámica para apoyar el proceso de enseñanza del concepto de relaciones de orden en números enteros.
- Crear una unidad didáctica con uso de la AHD para la enseñanza de las relaciones de orden en los números enteros y aplicar esta en clase para valorar sus aportes didácticos

### 1.4 JUSTIFICACIÓN

Dentro de los **estándares básicos de competencias** en Matemáticas en su apartado de pensamiento numérico y sistemas numéricos se plantea la importancia de hacer entender el significado de los números y de la numeración, *“Los lineamientos curriculares y la organización*

*de actividades centradas en la comprensión del uso y los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación.”* (MEN, 2014), con relación a lo anterior muchos estudiantes manifiestan un conocimiento no integrado de los distintos sistemas numéricos y dan muestra de su resistencia al abordar esta temática.

En el estudio de las matemáticas cuando hacemos referencia a los conjuntos numéricos como los enteros, números complejos, y números naturales es observable que el estudiante a la hora de identificar y clasificar un número encuentra dificultades; por la necesidad de afrontar esta situación en sus conceptos básicos el estudiante debe de tener claro lo que representa un numero entero positivo, negativo y sus diferencias con el conjunto de números naturales.

Esto nos lleva a buscar estrategias, metodologías, herramientas que faciliten comprender dicho tema y como herramienta principal en este caso las ayudas hipermediales dinámicas (AHD) aplicadas en el uso de las tic se implementaran con el fin de disminuir la brecha en las dificultades académicas al momento de impartir este conocimiento y en la adquisición de este. Hoy en día el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) generan nuevos caminos de aprendizaje ya que a través de actividades interactivas y el uso de herramientas hipermediales como las (AHD) hacen que los procesos educativos sean flexibles e impacten la formación académica de manera positiva; con el uso de las (AHD) el estudiante generara otro ambiente académico en el cual tendrá la capacidad de comprender, reproducir y construir sus metas y objetivos, todo esto dado desde un enfoque socioconstructivista para así poder llegar a un aprendizaje significativo.

Por lo anterior, urge buscar otros medios que promuevan el interés del alumno por las matemáticas y el gusto por aprenderla, por lo cual esta propuesta didáctica ofrece nuevas estrategias para abordar con éxito la enseñanza de las relaciones de orden en los numero enteros. Teniendo en cuenta las posibilidades que ofrece el uso Tecnologías de la Información y la Comunicación (TICs) como mediadores del aprendizaje, creando ambientes acordes con los cambios de la dinámica social, y los modelos alternativos de enseñanza aprendizaje. (Rojas, Amador, Sánchez,, & Duque, 2014).

Teniendo en cuenta que las condiciones técnicas están dadas para enseñar Matemáticas con uso de las TIC, en este caso AHD, puesto que la Institución educativa Juan XXIII de Pereira cuenta con un buen nivel de equipamiento tecnológico y disponibilidad de conexión de banda ancha a Internet, se presentan las siguientes situaciones para iniciar esta propuesta:

- a) hay disponibilidad y diversidad de medios y recurso;
- b) Estudiantes hacen uso masivo de los recursos tecnológicos, pero no se prevé su uso didáctico y pedagógico.
- c) a pesar de existir los recursos, algunos están subutilizados, debido al desconocimiento de su potencial educativo. materiales y estrategias didácticas,
- d) no existe un proyecto estructurado y unificado en la institución que evidencie el uso de la tecnología educativa.

## **CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN**

En este capítulo se exponen los diferentes fundamentos teóricos en los que se ha sustentado la investigación. Por una parte, los aspectos y características del enfoque pedagógico y el sustento metodológico de las teorías de los aprendizajes autónomo, colaborativo y basado en problemas (ABP). De la misma forma se hará una revisión bibliográfica de las categorías conceptuales que abarcan nuestra propuesta: La incidencia didáctica que ofrece las ayudas hipermediales dinámicas (AHD) en la enseñanza de las relaciones de orden en los números enteros.

#### **2.1.1. Investigaciones sobre el uso de AHD en la enseñanza.**

- El libro “*La Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina*”, asesorado por un grupo de docentes de la Universidad Tecnológica de Pereira. (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sánchez Bedoya, 2015).

El proyecto desarrolla una propuesta de formación pedagógica y didáctica de profesores para profesores; es una recopilación de experiencias de las prácticas pedagógicas de diferentes disciplinas que participaron, entre ellas las áreas de Física, Química, Biología, Filosofía, Ciencias sociales, Deontología, utilizando el concepto de AHD, dimensionado desde el socioconstructivismo y la teoría del aprendizaje por Indagación Progresiva (IP), mediado por el uso de las Tic, estructurado en lo que se ha denominado Ayuda Hipermedial Dinámica (AHD).

- El Libro: “*Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en los proyectos de aula con Tic, otra forma de enseñar y aprender conjuntamente*. (Amador Montaña & otros, 2013)

El libro contiene los principales temas de los seis niveles de un proceso de formación, fundamentado en el socioconstructivismo medido por las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) como una propuesta pedagógica en TIC, que posibilita un cambio en las prácticas educativas de los maestros, acorde con las exigencias del momento. Hace parte del proceso de formación Computadores para Educar -Universidad Tecnológica de Pereira, convirtiéndose, por tanto, en un material útil como base de nuestra investigación.

### **2.1.2 Investigaciones relacionadas con el uso de las TIC en el aprendizaje de las relaciones de orden en números enteros Z.**

En la actualidad los docentes en el mundo han tenido accesos a una gran cantidad de herramientas virtuales que ayudan a los procesos de formación mejorando los diferentes tipos de aprendizaje que percibe el estudiante y hacen de estos conocimientos significativos; Los desarrollos tecnológicos en relación a la información y la comunicación tienen sus orígenes en la edad moderna, (periodo comprendido entre los siglos XV al XVIII -temprana edad y los siglos XIX y XX como moderna), y en el siglo XX con la inserción de las computadoras en la educación se ha avanzado en los diferentes tipos de recursos tecnopedagógicos los cuales son responsables de traer como consecuencias experiencias de carácter significativas en todos los estudiantes.

Para el uso de las TICS en la enseñanza de las relaciones de orden en los números enteros no hay gran información que haga referencia a alguna persona en especial que sea pionera en el



uso de las nuevas tecnologías para dicho tema; en este campo se retoma el uso de las tecnologías como herramienta pedagógica y la iniciación de este uso en los diferentes recursos que se han creado para dicho propósito; “La mayor parte de los programas computacionales desempeñan cierto rol, en el área intelectual, o sea, de una forma o de otra reorganizan la visión del mundo de los usuarios, y modifican sus reflejos mentales. Las redes informáticas modifican los circuitos de comunicación y de decisión en las organizaciones, y en la medida que la información avanza, ciertas funciones son eliminadas, surgen nuevas habilidades, y la ecología cognitiva se transforma. Y esto equivale a decir que ingenieros de conocimiento y promotores de las herramientas sociotécnicas serán tan necesarios como los especialistas en máquinas (hardware)” (Lévy, 1999).

Internet representa un mundo en expansión como fuente de recursos para la información y educación; con los diferentes cambios que ha tenido la web hoy en día web 2.0 la cual nace con las primeras redes sociales se aprecia la facilidad de crear virtualmente situaciones que ayudan a la enseñanza de las relaciones de orden en números enteros, como en este caso la implementación de una AHD que aporta diferentes herramientas como enlaces a páginas web, test online, documentos en word y Excel.

En la red se encuentran mucha información y actividades que tratan de explicar el tema central de esta investigación, como wikis o páginas con muchos recursos como test online o juegos, pero la dificultad a la hora de tratar de encontrar algo que sea de una forma más entendible para el estudiante es difícil ya que este se ve bombardeado por un sinnúmero de páginas que en muchas

ocasiones no llevan al tema específico a tratar, si no que abarca mucho más de lo que el educando necesita.

En los 90s el uso de flash contribuyo a una pequeña parte de docentes capacitados en este lenguaje a la creación de herramientas o juegos educativos, pero con el cambio de la web a web 2.0 y al manejo del HTML 5 se ha ganado terreno y hoy en día son más los docentes que recurren al uso de las TICS como instrumento de formación.

## **2.2 BASES TEÓRICAS**

### **2.2.1 Enfoque Pedagógico Socioconstructivista.**

El socioconstructivismo es una teoría psico-pedagógica que trata de abordar la incidencia del actuar sobre nuestra realidad y las trasformaciones que se acontecen en esta interacción; en los procesos educativos el socioconstructivismo muestra el desarrollo humano como una construcción gradual de aprendizajes en el que las personas tienen un rol activo operante, marcados en una relación de intercambio socio-histórico-cultural.

Vigotsky sostiene que “una persona puede, sentir, imaginar, recordar o construir un nuevo conocimiento si tiene un precedente cognitivo donde se ancle. Por ello el conocimiento previo es determinante para adquirir cualquier aprendizaje, dado que es el producto de la influencia que ejerce en él, las personas, la cultura y el ambiente que lo rodea. Estos procesos de interacción social Vygotsky los denomina procesos interpsicológicos”. (Vigostky.Lev, 1978).

### **2.2.2 Características del socioconstructivismo:**

- Es un proceso dinámico de construcción de conocimientos.
- El conocimiento se establece a partir de la Dimensión constructivista – Dimensión social – Dimensión interactiva.
- El ser humano, actúa sobre una zona de desarrollo real (ZDR), la que consiste en lo que es capaz de hacer un estudiante sin ayuda, esto lo hace con el fin de transformar, y transformarse el mismo a través de instrumentos psicológicos.
- Zona de desarrollo próximo (ZDP): plantea, que se aprende en el ámbito social, por interacción y en forma deliberada, permitiendo que el sujeto se comprometa con actividades a realizar.
- El lenguaje como herramienta de interacción social, Vigotsky enmarca el lenguaje como la capacidad de pensamiento, la forma que tiene de hablar el estudiante con el mismo, “habla en silencio” “El lenguaje es fundamental en todos los procesos de conocimientos al que el ser humano se enfrente” (Vigotsky, 1978)
- Internalización: transformación de los saberes a saberes individuales (Plano interpsicológico al plano intrapsicológico). El conocimiento se adquiere, primero a nivel interpsicológico y posteriormente a nivel intrapsicológico, de esta manera el factor social juega un papel determinante en la construcción del conocimiento.

### **2.2.3 Las tareas del proceso educativo desde el Socio-constructivismo**

Cole (1993) propuso que, bajo un enfoque educativo como el presente, se debe buscar mostrar a los alumnos como construir conocimiento, pero promoviendo a la vez la colaboración en el trabajo académico a fin de que considere los múltiples abordajes que se puedan tener frente

a un determinado problema, para fomentar así la toma de posiciones y de compromisos intelectuales. (Navarro, 2010) Torreblanca Navarro, Omar, & Rojas-Drummond, Sylvia. (2010). Mediación tecnológica para el desarrollo de habilidades de observación en estudiantes de Psicología: un enfoque socioconstructivista. Perfiles educativos, 32(127), 58-84.

De esta forma Cole partiendo de sus investigaciones manifiesta que las tareas del proceso educativo desde el socioconstructivismo son:

- Mostrar al estudiante como construir el conocimiento. (ayuda ajustada)
- Promover la colaboración en el trabajo académico.
- Expresar los múltiples enfoques que se pueden tener frente a un determinado problema
- Estimular la toma de posiciones y compromisos intelectuales.

#### **2.2.4 Mediación:**

Los mediadores son los diversos recursos, con los cuales el tutor o facilitador construye un andamio (andamiaje), en el que se apoya, en este caso pueden ser digitales o de otra naturaleza los cuales son un escalón diseñado para conducir a los alumnos hacia la independencia (Acosta Luévano, 2015).

El concepto de mediador y de aprendizaje mediado tiene su origen en la Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky (1934), la cual operacionaliza a través de la llamada Zona de Desarrollo Próxima (ZDP) una forma de lograr aprendizajes duraderos y el desarrollo óptimo de un estudiante con la ayuda de los adultos o de otros estudiantes más avanzados. (Vigostky.Lev, 1978).

En esta propuesta las actividades diseñadas, están mediadas por las AHD, la cual es una herramienta tecnológica virtual que está estructurada de tal forma que contiene todos los recursos

didácticos a utilizar en los procesos de enseñanza aprendizaje de las relaciones de orden en números enteros.

### **2.2.5 Andamiaje:**

Según Amador y otros (2014) los conceptos de “andamiaje”, se refieren a la función del maestro relacionada con el brindar soporte adecuado a los estudiantes durante el proceso didáctico y cuando en el mismo, el maestro debe ajustar la dirección y planeación para garantizar resultados satisfactorios y el cumplimiento de las metas de aprendizaje para todos los estudiantes. (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015)

En este aspecto, el maestro debe considerar con detenimiento las necesidades particulares de sus estudiantes, observando sus diferencias conceptuales, ritmos de aprendizaje su inclusión y capacidades excepcionales. Del mismo modo conforme el estudiante se vuelve más diestro, el profesor va retirando el andamiaje para que se desenvuelva independientemente.

### **2.2.6 Ayuda ajustada:**

Según (Onrubia, 1995). La ayuda ajustada “son las actividades desde sus propias posibilidades y de los apoyos o soportes que le brinde el maestro” (pág. 103). El autor sostiene que cuando se habla de ayudas se hace referencia a un amplio abanico que tiene el docente para su actuación, desde la intervención directa con un alumno o un grupo de alumnos hasta la organización global de la situación: Determinar la duración de una sesión-clase, elegir el espacio en el que tendrá lugar, seleccionar la disposición del mobiliario en un aula ordinaria, decidir el tipo de materiales de consulta con que trabajarán los alumnos, establecer que las actividades habituales serán en pequeño grupo o con todo el grupo clase, presentar a los alumnos un contenido en un

momento u otro del curso escolar o del ciclo, estructurar de una u otra forma los momentos de exposición o explicación, posibilitar o no determinadas formas de participación de los alumnos en el aula, permitir que incorporen cuestiones o elementos de su interés, ofrecerles determinados modelos de actuación, formularles indicaciones y sugerencias para abordar nuevas tareas, corregir errores, dar pistas, ofrecer posibilidades de refuerzo o ampliación, elogiar su actuación, valorar los esfuerzos o el proceso que han realizado... pueden ser todos ellos ejemplos de ayuda educativa y forman parte, todos ellos, de la tarea de enseñar. (Onrubia, y otros, 1999).

Siguiendo el mismo autor afirma, que ofrecer una ayuda ajustada al aprendizaje escolar supone crear ZDP (Zona de Desarrollo Próximo) y ofrecer asistencia y apoyos en ellas, para que, a través de esa participación y gracias a esos apoyos, los alumnos puedan ir modificando en la propia actividad conjunta sus esquemas de conocimiento y sus significados y sentidos, y puedan ir adquiriendo más posibilidades de actuación autónoma y uso independiente de tales esquemas ante situaciones y tareas nuevas, cada vez más complejas. (Onrubia, y otros, 1999).

## **2.3 ZONAS DE DESARROLLO**

### **2.3.1 Zona de Desarrollo Próximo (ZDP):**

Vigotsky (1980), citado por Vallejo, García y Pérez (1999), definió la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) como la distancia entre “el nivel de desarrollo real del niño tal y como puede ser determinado a partir de la resolución independiente de problemas” y el nivel más elevado de “desarrollo potencial y tal como es determinado por la resolución de problemas bajo la guía del adulto o en colaboración con iguales más capaces”. (VALLEJO, 1999.).

### **2.3.2 Zona de Desarrollo Real (NDR):**

El NDR. Es el conjunto de actividades que el sujeto puede hacer por sí mismo, de un modo autónomo, sin la ayuda de los demás. Aclara que en el aprendizaje escolar el niño trae conocimientos y saberes previos; en consecuencia, tanto aprendizaje como conocimiento están presentes desde el nacimiento. (Vigostky.Lev, 1978).

### **2.3.3 Zona de Desarrollo Potencial (ZDP):**

Es el nivel de actividades que podría alcanzar el sujeto con la colaboración y guía de otras personas, es decir, en interacción con los otros. En ella se determina el desarrollo de las funciones psicológicas individuales en la actividad colectiva y la interacción social del niño. (Vigostky.Lev, 1978).

Dicho en términos más generales, *la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)* es el espacio en que, gracias a la interacción y la ayuda de otros, una persona puede trabajar y resolver un problema o realizar una tarea de una manera y con un nivel que no sería capaz de tener individualmente.

De acuerdo con la caracterización de Vygotsky y sus continuadores, es en la ZDP donde el aprendiz puede ir adquiriendo más posibilidades de actuación autónoma y uso independiente de tales esquemas ante situaciones y tareas nuevas, cada vez más complejas. (Onrubia, y otros, 1999). El mismo autor describe “... *es en esta zona donde el profesor puede actuar para ofrecer una ayuda ajustada, y construir andamiajes mediados por las Tic, para guiar a los alumnos a que comprendan los contenidos y apoyarlos en el desarrollo de sus competencias, sin perder la visión*

*pedagógica socioconstructivista en el logro de los aprendizajes integrales*”. (Coll, Martín, Mauri, Mariana Miras, & Zabala., 1993)

Para concretar hay tres cuestiones que deben estar ya claras que pueden ocurrir según (Onrubia, y otros, 1999).

*“La primera cuestión es que una misma forma de intervención o actuación del profesor puede, en un momento dado y con unos alumnos dados, servir como ayuda ajustada y favorecer el proceso de creación y asistencia en la ZDP, y en otro momento o con otros alumnos, no servir en absoluto como tal y no favorecer ese proceso, en función de los significados y sentidos que aporten los alumnos a la situación en cada caso concreto.*

*La segunda cuestión es que la enseñanza no puede, desde esta perspectiva, limitarse a proporcionar siempre el mismo tipo de ayudas ni a intervenir de manera homogénea e idéntica en cada uno de los casos. 3. La tercera cuestión es que, desde estas nociones, la dimensión temporal de las situaciones de enseñanza y aprendizaje adquiere una relevancia fundamental en el momento de decidir qué ayuda concreta puede ser más ajustada en cada caso o de analizar si una intervención específica realizada ha sido ajustada o no”* (Coll et al. 1993)

#### **2.3.4 Construcción de Significados Compartidos**

Martin & Trigueros (2005) proponen que: “La construcción compartida de significados a través del lenguaje, es un mecanismo interpsicológico del aprendizaje colaborativo, junto con la interdependencia positiva y las relaciones psicosociales. Implica: la producción conjunta de objetivos, planes y significados; interpretar y contribuir con explicaciones y argumentaciones;



mediar y coordinar mutuamente las contribuciones, puntos de vista, críticas y roles en la interacción o exponer reflexiones individuales y colectivas”. (Fernández & Trigueros, 2016)

Según Mercer (2001), “cada vez que dialogamos con una o más personas participamos en un proceso de colaboración en el que se negocian significados y se movilizan conocimientos comunes”. citado por (Fernández & Trigueros, 2016)

### **2.3.5 Procesos de Internalización.**

Según la teoría de Vygotsky (1978). Toda función psicológica superior es externa porque fue social antes que llegar a ser una función psicológica individual, “... *En el desarrollo cultural del niño toda función aparece dos veces: primero entre personas (de manera interpsicológica) y después, en el interior del propio niño (de manera intrapsicológica)*”. (Vigostky.Lev, 1978)

- Los procesos intrapsicológicos: son los procesos psicológicos que se dan al interior del niño. De manera individual.

- Los procesos interpsicológicos: Son aquellos que ocurren en la interacción, el intercambio de realidades y mundos en el contexto social.

En este sentido los procesos de internalización llevan a la autorregulación teniendo como punto de partida lo social y como punto de llegada lo individual. El proceso cognitivo y comunicativo se da a través del lenguaje, cuando el individuo interioriza esta serie de signos los convierte en instrumentos propios del pensamiento, es decir en medios de autorregulación.

### **2.3.6 Actividad conjunta**

Se entiende como actividad conjunta, la interactividad de naturaleza esencialmente constructiva en torno a los saberes y tareas de aprendizaje, que potencien la comprensión y elaboración significativa de conocimientos que se construyen con las aportaciones de los participantes, promoviendo las capacidades de aprendizaje autónomo y autorregulado. (Amador Montaña, Rojas Garcia, & Sanchèz Bedoya, 2015)

## **2.4 TEORÍAS DE APRENDIZAJE**

### **2.4.1 Aprendizaje Autónomo.**

El aprendizaje autónomo es un proceso que permite a la persona desarrollarse independientemente, ser autor de su propio desarrollo, eligiendo los caminos, las estrategias, las herramientas y los momentos que considere pertinentes para aprender y poner en práctica de manera autónoma lo que ha aprendido. (Gonçalves, 2011)

Para la autora es adecuado establecer procedimientos no solo para que el estudiante aprenda de forma autónoma, dentro de unos límites planificados, sino también para que reflexione sobre el proceso en el que está inmerso, de manera que, en el futuro, cuando su trabajo sea completamente autónomo, tenga criterios para planificarlo y gestionarlo.

Para lograrlo, el profesor diseña una actividad concreta, el alumno debe trabajar de forma guiada: para conseguir un determinado objetivo de aprendizaje. El alumno tendrá un margen de movimiento en su respuesta, pero siempre dentro de unos límites preestablecidos. Sin embargo, a la vez, debemos garantizar que adquiera unas habilidades que le permitan ir desarrollando esas actividades con un grado de autonomía creciente. La forma de conseguirlo consiste en exigir al

alumno que desarrolle un proceso de reflexión para que sea consciente de su propia forma de aprender. (Amador, 2015)

Por consiguiente, se puede determinar que la ayuda tiene un doble sentido por un lado alude al hecho de entregar paulatinamente la responsabilidad del aprendizaje al estudiante y por otro, a que dicha ayuda proporciona las herramientas pedagógicas adecuadas y oportunas en la construcción significativa del conocimiento; estos aspectos son denominados mecanismos de influencia educativa y responden a las precisiones señaladas por Collan, Onrubia y Mauri. Los apoyos y ayudas del profesor al aprendizaje del estudiante, van evolucionando y se modifican para elaborar y reelaborar versiones sucesivas, cada vez más ricas, complejas y válidas de las representaciones compartidas sobre los contenidos y tareas objeto de la actividad conjunta (Mercado & Montaña, 2015).

Los apoyos y ayudas del profesor al aprendizaje del estudiante van evolucionando y se modifican para promover y asegurar una actuación cada vez más autónoma y autorregulada del estudiante en la realización de las tareas, la utilización funcional de los contenidos y la gestión de su propio aprendizaje. El traspaso paulatino de la responsabilidad y el control sobre el aprendizaje a los estudiantes, relacionado con los conceptos de “andamiaje”, que apunta a las zonas de desarrollo próximo que el profesor utiliza para ir ajustando las ayudas pedagógicas según las características de cada situación, facilitan la internalización de los contenidos a aprender, en un proceso inicialmente de mayor dependencia, mayor ayuda y a medida que el estudiante va asumiendo mayor responsabilidad en el proceso de aprendizaje el docente va quitando las ayudas, pues se considera que el estudiante es lo suficientemente autónomo para asumir su rol dentro de este proceso (2008, p.39). En consecuencia, de lo anterior y el reconocer la educación como un

proceso sociocultural, implica entonces aceptar que la *“enseñanza debe entenderse, como una ayuda al proceso de aprendizaje. Ayuda necesaria porque sin ella es altamente improbable que los alumnos lleguen a aprender, y a aprender de manera significativa. Pero solo ayuda, porque la enseñanza no puede sustituir la actividad mental constructiva del alumno ni ocupar su lugar”* (Coll, Onrubia y Mauri, 2008, p.35). (Amador, 2015)

A continuación, se presentan brevemente las principales características del aprendizaje autónomo utilizadas en este trabajo

- **Autorregulación:**

La autorregulación del aprendizaje fundamentada en el socioconstructivismo es considerada como un proceso en el cual el estudiante se involucra en las actividades de una manera consiente y reflexiva. Este nivel de consciencia está en el campo de que el mismo estudiante identifica sus posibilidades y sus limitaciones frente a la realización de la tarea. (Huertas R. M., 2009.).

Según Zimmerman (2000), la autorregulación se entiende como “la capacidad de generar pensamientos, sentimientos y actuaciones por parte del estudiante, orientados a conseguir objetivos. La autorregulación más que una capacidad mental o una habilidad académica, es un proceso de autodirección mediante el cual los estudiantes transforman sus capacidades en habilidades académicas”.

- **La Enseñanza Estratégica para la autonomía.**

Según Monereo (2001). “La enseñanza para la autonomía o método didáctico de enseñanza estratégica consiste en ceder o transferir progresivamente el control de la estrategia, que en un

primer momento ejerce de manera absoluta el profesor, al estudiante, a fin de que se apropie de ella y pueda empezar a utilizarla de manera autónoma”. (Huertas R. M., 2009.)

- **Uso estratégico de Procedimientos**

El uso estratégico de procedimientos, es responsabilidad fundamental de una enseñanza estratégica; en ella se transita desde un control externo y centrado en el profesor, cuando en un primer momento se presenta la estrategia, una segunda etapa en la que el alumno puede practicar la estrategia aprendida con la guía y orientación del docente, para finalmente pasar a una autorregulación interna, centrada en el alumno, cuando este, demuestre poco a poco un dominio cada vez más autónomo de la estrategia aprendida (Huertas R. M., 2009).

- **Elementos del aprendizaje estratégico.**

A partir de las ideas de Díaz, Hernández (2002) y Valenzuela (2000) quienes sostienen que “*el aprendizaje estratégico se refiere a aquellos procesos internos*” constituidos por los procesos cognitivos, procesos metacognitivos y los afectivo emocionales los cuales definimos:

- **Procesos cognitivos:**

Huertas (2009) los define como “Son procesos internos que permiten la activación sináptica a través de la cual se procesa la información y el conocimiento. El desarrollo de estrategias cognitivas, favorecer el conocimiento y el análisis de las condiciones en que se produce la resolución de un determinado tipo de tareas o el aprendizaje”. (Huertas R. M., 2009.).

- **Procesos metacognitivos:**

Huertas (2009) afirma que: “Vienen a ser los procesos mediante los cuales el sujeto es capaz de analizar y comprender cómo ocurren sus propios procesos y productos cognitivos. La adquisición de estrategias metacognitivas permite desarrollar la toma de conciencia y control de los procesos y productos cognitivos”. (Huertas R. M., 2009.)

➤ **Procesos afectivos emocionales.**

“Están referidos a todos aquellos procesos motivacionales, el querer aprender; los sentimientos afectivos, placer por aprender; orientados a favorecer una predisposición emocional para optimizar la calidad del aprendizaje. El control de respuestas afectivo emocionales favorables hacia el aprendizaje, permite aumentar la conciencia del estudiante sobre su estado afectivo motivacional”. (Huertas R. M., 2009.)

#### **2.4.2. Aprendizaje Colaborativo**

Como primer paso para acercarnos a una conceptualización que sienta algunas bases para trabajar en torno al aprendizaje colaborativo, ya sea soportado tecnológicamente o no, acudamos a lo que nos dice Cabrera (2008): “El aprendizaje colaborativo se define como aquella situación en la que un grupo de personas establece un compromiso mutuo para desarrollar una tarea y en la que, sólo la coordinación y relación de sus intercambios les permite alcanzar un logro común” (Cardozo Cardone, 2010)

“En este sentido, la construcción de aprendizaje colaborativo surge como aquel conjunto de mediaciones pedagógicas, digitales o no digitales, a través de los cuales se pretende aunar los esfuerzos de un grupo determinado hacia el objetivo de que juntos puedan aprender; escenario en

el que aparece la tecnología para la generación de nuevos espacios o entornos que conduzcan a la construcción del conocimiento y el aprendizaje” (Johnson, 1999). Se refiere a grupos pequeños y heterogéneos trabajando juntos en una tarea en la cual, cada miembro es responsable individualmente de una parte de la actividad que no puede ser completada sino en un trabajo colectivo y en un estado de interdependencia. (Cardozo Cardone, 2010)

Lo anterior considera que para que el aprendizaje colaborativo se produce en un entorno conversacional como acto mediado por la palabra y el discurso, o sea, los participantes tienen que intentar establecer diálogos, negociaciones, explicaciones. Como base para que haya un intercambio debe haber experiencias previas compartidas, estrategias para obtener información, maneras de argumentar las ideas y propuestas, formas de evaluar las aportaciones de los demás, repetir y reformular lo que dicen los otros. (Begoña & contreras., 2006).

Diseño, de tareas para el aprendizaje colaborativo.

Las tareas diseñadas para los entornos colaborativo tienen el objetivo de conducir a la obtención de unas metas propuestas, por eso su diseño se convierte en la base fundamental para la construcción colaborativa de conocimiento. Al respecto Kirschner (2004) considera que existen tres dimensiones sobre las cuales debe desarrollarse el diseño de tareas o las actividades. Citado por (Cardozo Cardone, 2010)

### ***1. La propiedad de la tarea:***

*Hace referencia a la pregunta sobre quién determina la tarea., la concreción que se da en el aula es la realmente importante a la hora de determinar la propiedad de la tarea que se basa en dos principios fundamentales:*

***A. La responsabilidad individual.***

Hace referencia a la preparación que desarrolla el estudiante en relación con su responsabilidad en la actividad que hay que realizar. Este aspecto es especialmente importante para la motivación del que aprende.

***B. La interdependencia positiva.***

Consiste en suscitar la necesidad de que los miembros de un grupo tengan que trabajar juntos para realizar el trabajo encomendado. Para ello el docente propone una tarea clara y un objetivo grupal para que los alumnos sepan que se hunden o saldrán a flote juntos. pero hay que tomar decisiones sobre la responsabilidad de la ejecución de la tarea. El éxito de cada miembro del grupo está unido al resto del grupo, y viceversa. Se establece a través de objetivos de grupo (aprender y asegurarse de que los demás miembros del grupo también aprendan), reconocimiento grupal (el esfuerzo no es individual, sino de grupo), división de recursos (distribución de información y limitación de materiales) y roles complementarios.

***C. El carácter de la tarea.***

Tiene que ver con la pregunta sobre cómo se determina si una tarea es relevante o no para los estudiantes. La autenticidad de las tareas es uno de los puntos críticos frecuentemente mencionados en las investigaciones y también uno de los más difíciles. En este sentido, las



opciones metodológicas adoptadas en las enseñanzas se centran en el uso del trabajo orientado a la realización de proyectos, a la solución de casos, la solución de problemas para facilitar el acercamiento a problemas y situaciones auténticas.

#### ***D. El control de la tarea.***

Hace referencia al tipo de interacción y participación del profesorado y de los estudiantes. Si bien es necesario planificar y dejar claro el lugar donde se sitúa el control mencionado, a menudo dependerá mucho del tipo de interacción que se dé entre los estudiantes, el nivel de la responsabilidad asumido, las capacidades comunicativas.

#### ***E. Diseño y desarrollo de sistemas de aprendizajes colaborativos.***

Kumar (1996) sintetiza sus aportaciones respecto al diseño y desarrollo de sistemas de aprendizajes colaborativos en 7 elementos que son: Citado por (Cardozo Cardone, 2010):

##### ***1. Control de las interacciones colaborativas.***

Se refiere al modo de establecer un sistema de apoyo a la comunicación entre los participantes. Un sistema de aprendizaje colaborativo puede tener una parte activa en el análisis y el control de la colaboración. Por ejemplo, las formas de estructuración de las tareas, la posibilidad de espacios grupales para el trabajo, el uso de sistemas de comunicación sincrónica y asincrónica, el proceso de comunicación con el profesorado.

##### ***2. Los dominios de aprendizaje colaborativo:***

Los dominios de conocimiento en el aprendizaje colaborativo son de orden complejo necesitan que los grupos adquieran habilidades para: planear juntos, categorizar, memorizar y la distribución de tareas. La idea es que el grupo sepa cuáles son los prerequisites del tema a aprender y refuerce e internalice el tema utilizando el medio colaborativo. (Lage, Ambientes de aprendizaje cooperativo y colaborativo, 2005).

### ***3. Tareas en el aprendizaje colaborativo.***

En un entorno colaborativo, los participantes se enfrentan a diferentes tipos de tareas, pero, en todos los casos, una de las principales ejecuciones hace referencia a la resolución de tareas de tipo procedimental. El análisis y la resolución de problemas es fundamental. Sin embargo, este hecho no quiere decir que las tareas tengan que centrarse de forma exclusiva en este tipo de actividades. No obstante, es un error establecer todas las actividades a partir de procesos colaborativos ya que también hay que conceder importancia a las dimensiones individuales del aprendizaje.

### ***4. Los entornos colaborativos de aprendizaje.***

Se ha de entender entorno o ambiente colaborativo de aprendizaje, el conjunto de elementos en interrelación que constituyen un sistema que favorece el aprendizaje.

Hay muchas posibilidades: entornos de aprendizaje grupal que permitan el trabajo en equipo, dos o más estudiantes trabajando en el mismo problema en sincronía, o un sistema de trabajo asíncrono, un espacio basado en la autorización. En este sentido, las posibilidades que otorgan las nuevas tecnologías son muchas y muy variadas.

### ***5. Roles en el entorno colaborativo.***

El diseño de un entorno de aprendizaje colaborativo necesita considerar el tamaño del grupo, las formas de participación, así como la distribución de los roles. El rol de cada estudiante puede cambiar durante el proceso, pero es necesario establecer ciertas responsabilidades para asegurar que los estudiantes aprenden a trabajar en grupo, en situaciones colaborativas, donde cada uno es responsable de su propio trabajo. La distribución de roles requiere además estrategias de comunicación y negociación.

#### ***6. Tutorización en el aprendizaje colaborativo.***

Son las diversas interacciones que apoyan el aprendizaje, entre alumnos en el mismo nivel, entre el alumno y el alumno experto y entre el alumno y el maestro. (Siza, 2009).

Hay numerosos métodos de tutorización que pueden apoyar el aprendizaje colaborativo: tutorización entre iguales, aprender enseñando, aprendizaje a través de la negociación.

#### ***7. Colaboración mediante apoyo tecnológico.***

El uso de la tecnología como medio de aprendizaje colaborativo ha tenido cambios muy sustanciales en las dos últimas décadas. “Ya sea de comunicación sincrónica o asincrónica, haciendo uso de chat, correo electrónico o foros de discusión”. (Siza, 2009)

### **2.4.3 Aprendizaje Basado en Problemas. (ABP)**

Esta teoría toma como una base en su estructura a Barrows (1986) quien define la teoría de ABP como “*un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto*

*de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos”.* (MORALES & LANDA, 2004)

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es un método de enseñanza aprendizaje centrado en el estudiante en el que éste adquiere conocimientos, habilidades y actitudes a través de situaciones de la vida real. Su finalidad es formar estudiantes capaces de analizar y enfrentarse a los problemas de la misma manera en que lo hará durante su vida cotidiana, es decir, valorando e integrando el saber que los conducirá a la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes.

La metodología consiste en una colección de problemas del contexto, cuidadosamente contruidos por grupos de profesores de materias a fines que se presentan a pequeños grupos de estudiantes auxiliados por un tutor donde confluyen las diferentes áreas del conocimiento que se ponen en juego para dar solución al problema.

Básicamente consiste en enfrentar a los alumnos a una serie de dilemas sobre los que no disponen, de manera previa, de una abundante información, con lo que se le incita a la indagación. De esta manera, se posibilitan oportunidades para el desarrollo de habilidades específicas para el análisis, la comprensión y, en su caso, resolución del problema. (Carmen & Elvira, sf).

- Métodos del ABP

“Entre los métodos utilizados en el proceso de trabajo se siguen siete (7) pasos para la resolución del problema”. (Moust & Schmidt., 2007).

1. Aclarar conceptos y términos: Se trata de aclarar posibles términos del texto del problema que resulten difíciles (técnicos) o vagos, de manera que todo el grupo comparta su significado.

2. Definir el problema: Es un primer intento de identificar el problema que el texto plantea. Posteriormente, tras los pasos 3 y 4, podrá volverse sobre esta primera definición si se considera necesario.

3. Analizar el problema: En esta fase, los estudiantes aportan todos los conocimientos que poseen sobre el problema tal como ha sido formulado, así como posibles conexiones que podrían ser plausibles. El énfasis en esta fase es más en la cantidad de ideas que en su veracidad (lluvia de ideas).

4. Realizar un resumen sistemático con varias explicaciones al análisis del paso anterior: Una vez generado el mayor número de ideas sobre el problema, el grupo trata de sistematizarlas y organizarlas resaltando las relaciones que existen entre ellas.

5. Formular objetivos de aprendizaje: En este momento, los estudiantes deciden qué aspectos del problema requieren ser indagados y comprendidos mejor, lo que constituirá los objetivos de aprendizaje que guiarán la siguiente fase.

6. Buscar información adicional fuera del grupo o estudio individual: Con los objetivos de aprendizaje del grupo, los estudiantes buscan y estudian la información que les falta. Pueden distribuirse los objetivos de aprendizaje o bien trabajarlos todos, según se haya acordado con el tutor.

7. Síntesis de la información recogida y elaboración del informe sobre los conocimientos adquiridos:

La información aportada por los distintos miembros del grupo se discute, se contrasta y, finalmente, se extraen las conclusiones pertinentes para el problema.

- Ventajas del ABP.

Según Torp y Sage (1998), el empleo del ABP.

- ✓ Compromete activamente a los estudiantes como responsables de una situación problemática.
- ✓ Organiza el plan de estudios alrededor de problemas holísticos que generan aprendizajes significativos e integrados.
- ✓ Crea un ambiente en el que los docentes alientan a los estudiantes a pensar críticamente y los guían en su investigación. orientándolos hacia el logro de niveles más profundos de indagación.
- ✓ Estimula su motivación intrínseca.
- ✓ Promueve el interés por el autoaprendizaje.
- ✓ Estimula la producción de estructuras de pensamiento complejo.
- ✓ Involucra a los estudiantes a trabajar en colaboración.
- ✓ Activa el conocimiento previo.
- ✓ Estimula la creatividad

Por lo tanto, el ABP supone la búsqueda del desarrollo integral del alumno, conjugando la adquisición de conocimientos propios de las diferentes materias a estudiar, con el desarrollo de habilidades de pensamiento y para el aprendizaje, así como de actitudes y valores. (TORP & SAGE, 1998)

#### **2.4.4 Saberes Tecnológicos y Pedagógicos del Contenido (TPACK)**

El marco TPACK se construye para explicar la comprensión que tienen los docentes sobre la tecnología educativa y la interacción de PCK entre ellos para producir enseñanza efectiva con la tecnología.

Los Saberes (TPACK) son una forma emergente de saberes que van más allá de los tres componentes nucleares (Contenido, pedagogía y tecnología); refiere a la comprensión que surge de la interacción entre los saberes de contenido, pedagogía y tecnología. Atrás de la enseñanza efectiva y significativa con la tecnología, TPACK es diferente de los saberes de estos tres conceptos individualmente. En contraste, TPACK es la base de la enseñanza efectiva con la tecnología, requiere una comprensión de la representación de conceptos usando habilidades tecnológicas y pedagógicas que usan las tecnologías de manera constructiva para enseñar contenidos, saberes sobre qué hace que un concepto sea difícil o fácil para aprender y sobre cómo la tecnología puede ayudar a abordar algunos de los problemas que atraviesan los estudiantes, saberes entorno a los conocimientos previos de los alumnos, teorías de conocimiento, y saberes sobre cómo las tecnologías pueden ser usadas para construir un conocimiento existente para desarrollar nuevas epistemologías.

El marco TPACK sugiere que la disciplina, la pedagogía y la tecnología y los contextos de enseñanza y aprendizaje tienen roles que ejercer individualmente y juntos. Enseñar de manera exitosa con tecnología requiere crear, mantener y reestablecer continuamente dinámicas de equilibrio entre todos los componentes. Vale la pena notar que un rango de factores ejerce influencia en cómo se alcanza este equilibrio.

- Los desafíos de enseñar con tecnología

La enseñanza de la tecnología se complica al considerar los desafíos que las nuevas tecnologías presentan a los docentes. En nuestro trabajo, la palabra *tecnología* se aplica tanto para la tecnología analógica como digital, y para designar la nueva y la vieja tecnología.

Algunos contextos sociales e institucionales no apoyan generalmente los esfuerzos de los docentes por integrar el uso de la tecnología en su trabajo. Los docentes a menudo tienen inapropiadas experiencias en el uso de tecnología digital para la enseñanza y el aprendizaje.

Honrando la idea de que enseñar con tecnología es una tarea compleja y débilmente estructurada, proponemos que la comprensión del enfoque para la integración exitosa de la tecnología requiere que los educadores desarrollen nuevas maneras de entender y acomodar esta complejidad. Las tres bases del conocimiento establecidas, contenido, pedagogía y tecnología, forman el núcleo del marco de trabajo (TPACK).

- Conocimiento sobre el contenido

El conocimiento del contenido es de importancia crítica para los docentes. Tal como Shulman (1986) apuntó, este conocimiento incluye conceptos, teorías, ideas, marcos organizativos, evidencia y pruebas, así como prácticas y enfoques establecidos para desarrollar ese contenido.

- Contenido Pedagógico

Contenido Pedagógico (PK) es el conocimiento profundo que tienen los docentes sobre los procesos y prácticas o métodos de enseñanza y aprendizaje. Ellos abarcan, entre otros factores, propósitos educativos generales, valores y metas.

- Conocimiento Pedagógico del Contenido

El Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK) es consistente y similar la idea elaborada por Shulman (1986, 1987) sobre conocimiento pedagógico aplicable a la enseñanza de contenido específico. Central a la conceptualización de PCK de Shulman se encuentra la noción de transformación del conocimiento disciplinar para su enseñanza. Específicamente, de acuerdo a



Shulman (1986), esta transformación ocurre mientras el docente interpreta la disciplina, encuentra múltiples formas de representarla, y adapta y confecciona a medida los materiales de instrucción a las concepciones alternativas y a los conocimientos previos de los estudiantes.

- Conocimiento sobre la Tecnología (TK)

El conocimiento sobre la tecnología (TK) está siempre en un estado de fluidez- más aún que los otros dos dominios de conocimientos en el marco TPACK (Pedagogía y contenido). Entonces, definirlo es notoriamente difícil.

Los saberes de contenidos tecnológicos (TCK), entonces, comprenden el entendimiento de la manera en que la tecnología y el contenido se influyen y limitan mutuamente. Los docentes necesitan dominar mucho más que el contenido que enseñan; además tienen que tener una comprensión profunda de la manera en que los contenidos (o los tipos de representaciones que pueden ser construidos) puede cambiar con la aplicación de una tecnología en particular.

Para construir el TPK, es necesaria una comprensión profunda de las limitaciones y posibilidades de las tecnologías y los contextos disciplinares con los que funcionan.

#### **2.4.5 The Knowledge Quartet (KQ)**

Describe y analiza las observaciones hechas en el aula que revela el conocimiento del contenido matemático, esta categorizado en cuatro unidades o dimensiones: Foundation (Fundamentación); Transformation (Transformación); Connection (Conexión); y Contingency (Contingencia):

1. *Fundamento* o conocimiento y comprensión de las Matemáticas *per se* [MKT];

2. *Transformación* de los conocimientos del profesor para que los alumnos sean capaces de aprenderlos (ejemplos, representaciones, etc.);
3. *Conexión* o conocimiento en acción manifestado en la coherencia y planificación de los contenidos a enseñar [HCK];
4. *Contingencia* o conocimiento en interacción en el aula, pensar sobre la marcha.

Conceptualmente, las cuatro dimensiones del Cuarteto de Conocimiento se describen de la siguiente manera. *La primera* dimensión, la Fundamentación consiste en los conocimientos, creencias y comprensión adquirida en la formación de los profesores, para su rol en la sala de clases. El componente clave es el Conocimiento y comprensión de las matemáticas per se sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, incluyendo las creencias sobre la naturaleza del conocimiento matemático, los propósitos de la educación matemática y las condiciones bajo las cuales los alumnos aprenden mejor matemáticas.

Códigos claves:

Conciencia de los objetivos, Identificación de errores, Conocimiento manifiesto de la materia, Puntos teóricos de pedagogía, Uso de terminología, Utilización de libros de texto, Dependencia de los procedimientos

La segunda dimensión, la Transformación, es el conocimiento en la acción, es decir demostrado tanto en la planificación de lo que se va a enseñar como en el mismo acto de enseñar. Las descripciones y los significados propios del profesor se transforman y se presentan en método y manera que los alumnos sean capaces de aprenderlos.

La presentación de ideas a los alumnos en forma de analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones. (Kuhs, 1986)

Códigos claves:

Elección de representaciones, Demostraciones del profesor, Elección de ejemplos, refutación por contraejemplos,

La tercera dimensión la Conexión, combina las elecciones y decisiones que se hacen en partes concretas del contenido matemático. Esta categoría se refiere a la coherencia de la planificación o de la enseñanza a lo largo de un curso o lección.

Es lo que Ma (2010) denomina el conocimiento amplio y profundo de la materia. Además, incluye la coherencia de la instrucción en la secuenciación y además la conciencia de las demandas cognitivas relativas de los diferentes tópicos y sus tareas.

Son las conexiones entre diferentes significados y descripciones de conceptos particulares o entre modos alternativos de representar conceptos y de llevar a cabo los procedimientos; y, por otro lado, la complejidad pertinente y la demanda cognitiva de conceptos y procedimientos matemáticos, por la atención de la secuenciación del contenido.

*Claves:* “conexiones entre conceptos”, “conexiones entre procedimientos” y “conexiones entre procedimientos y conceptos”, Secuenciación de temas en la instrucción en una lección y entre lecciones.

*La cuarta* y última dimensión es la Contingencia, que se presenta en situaciones de la sala de clases que no han sido planificados previamente por el profesor o que se desvían de la planificación hecha por el profesor para la clase y que se presentan mientras éste enseña. También

se entiende como la capacidad de asistir a los alumnos de manera improvisada a sus preguntas, demandas o reacciones; se trata por tanto de conocimiento en interacción en el aula, manifestado en la habilidad del profesor para pensar sobre la marcha y responder a las intervenciones de los alumnos durante la clase. Las posibles actuaciones del profesor cuando se presenta una situación contingente van desde desviarse de lo que tenía programado cuando la contribución inesperada de un alumno pueda resultar particularmente beneficiosa a dicho alumno y a la mayoría de la clase, o pueda implicar una vía de investigación productiva, hasta la no consideración de la intervención, pasando por diversos caminos intermedios.

*Knowledge Quartet (Rowland, Turner, Thwaites y Huckstep, 2009), con la consideración de una dimensión para las conexiones entre contenidos y otra para las situaciones de contingencia.*

Rowland & Turner F. (2007), resumen de la siguiente manera el cuarteto de Conocimiento: “*Fundamentación o conocimiento*: adherencia a las ideas de los libros de texto; conciencia del propósito; concentración en los procedimientos; identificación de los errores; conocimiento explícito del tema; base teórica; uso de terminología.

*Transformación*: elección de ejemplos; elección de representaciones; demostración.

*Conexión*: anticipación de complejidad; decisiones sobre la secuenciación; realización de conexiones; reconocimiento de la pertinencia conceptual.

*Contingencia*: desviación de la agenda; respuesta a las ideas de los alumnos; uso de las oportunidades”, (p.110).

#### **2.4.6 Conocimiento didáctico del contenido SHULMAN**

Shulman propone un mínimo de conocimientos que debe tener el docente y los agrupo en tres categorías: conocimiento del contenido de la materia específica, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular (Shulman L. S., *Those who understand: Knowledge growth in teaching*. Educational researcher, 1986). En 1987 Shulman propone otras categorías ampliando el modelo de razonamiento pedagógico en la preparación de la enseñanza de los docentes y se centran en los siguientes aspectos:

- Conocimiento del contenido
- Conocimiento didáctico del contenido
- Conocimiento de los alumnos
- Conocimiento curricular
- Conocimiento didáctico general
- Conocimiento de las metas y objetivos
- Conocimiento de los contextos, marcos y gestión educativa.

El conocimiento didáctico del contenido es de gran importancia porque da a conocer el nivel de experiencia en los conocimientos para la enseñanza por parte de los profesores, Como lo muestra (Shulman L. 1987).

- Conocimiento del contenido

Shulman (1986) define el conocimiento del contenido como la “cantidad y organización de conocimiento que posee un profesor” y este es el elemento esencial y previo a la función docente, el cual debe tener un mínimo de dominio del contenido a enseñar. Shulman sustenta que las habilidades desarrolladas por la experiencia de manejo de contenidos pueden hacer que el docente anticipe situaciones que con lleven a problemas de comprensión por parte de los estudiantes.

Un buen manejo de la disciplina significa saber que algo es así y comprender el porqué de esta naturaleza, pero además saber bajo que circunstancia se valida este conocimiento: “Esto será importante en subsiguientes decisiones pedagógicas que consideren el énfasis curricular” (Shulman L. S., *Those who understand: Knowledge growth in teaching*. Educational researcher, 1986)

- Conocimiento didáctico del contenido

Shulman (1986 y 1987) y Barnett y Hodson (2001) afirman que no solo basta tener conocimiento acerca de lo que se debe de enseñar, también es necesario tener las habilidades de dar este conocimiento de manera asertiva y poder lograr así un aprendizaje verdaderamente significativo.

- Conocimiento del estudiante

Entre los componentes más importantes del Conocimiento didáctico del contenido CDC se encuentra el conocimiento de los procesos de aprendizaje del estudiante, sobre el contenido que desea enseñar. Hawkins define este dominio de conocimiento como la habilidad de hacer "penetrable" el contenido a los estudiantes. Consiste en la apremiante necesidad de que el profesor incorpore e integre a su bagaje de conocimientos los diferentes errores, preconcepciones y concepciones de los estudiantes y las condiciones instruccionales necesarias para lograr transformar estas concepciones de manera adecuada y correcta (Shulman, 1986).

Para Shulman es muy importante que el profesor sepa y entienda como son los procesos de aprendizaje que presentan los educandos lo cual implica conocer el origen y evolución del proceso cognitivo del estudiante (según edad, grado, experiencia y escolaridad), las motivaciones

(intrínsecas y extrínsecas) las expectativas e intereses, las ansias de aprender, las preconcepciones, concepciones y dificultades relativas al aprendizaje en general

- Conocimiento curricular

Para Shulman el conocimiento curricular es la pertinencia que tiene el docente en el momento de decidir que material educativo, métodos o programas utilizar para difundir correctamente el conocimiento curricular.

- Conocimiento didáctico general

Por último, tenemos el **conocimiento didáctico del contenido**. Se trata de lo que el autor describe como un tipo de conocimiento que está más relacionado con el conocimiento del tema en una dimensión relacionada con el momento de la enseñanza en sí, más que con el dominio de la información que tenemos del tema. Es decir, como el propio nombre indica, se trata más de un dominio pedagógico sobre el tema que un dominio informacional o de conocimientos, refiriéndonos estrictamente a la acumulación de conocimientos sobre el tema.

#### 2.4.7 Ambientes de aprendizaje

Para definir qué es un ambiente de aprendizaje, es necesario tener en cuenta las nociones de: entorno, ambiente y clima de aprendizaje, que a continuación brevemente se describen (Vité, 2012).

- El entorno

Comprende todo lo que abarca el proceso educativo de enseñanza y aprendizaje; el espacio que rodea al estudiante que participa del proceso, conformado tanto por elementos materiales,

infraestructura e instalaciones de la institución, como por aspectos que afectan directamente al estudiante, tales como factores físicos (sentirse cómodo en la planta física), afectivos (ser aceptado por sus compañeros), culturales, económicos, familiares, sociales, ambientales, etc. Los elementos mencionados se combinan y producen efectos tanto favorables como desfavorables en el aprendizaje de los alumnos (Vité, 2012).

- El ambiente:

Refiere a los espacios en los cuales se llevan a cabo las actividades educativas, los cuales pueden comprender tres tipos: El áulico, actividades de enseñanza y aprendizaje que se genera en el aula de clase; real, se da el proceso en escenarios que son reales donde se puede verificar la aplicación de conocimientos y competencias adquiridas, incluidas las actitudes y valores (estos escenarios pueden ser un laboratorio, biblioteca, áreas verdes, etc.); y virtual, aquellos que se diseñan a través del uso de las TIC, puede citarse la computadora, un aula virtual, el uso de internet, acceso a blogs, actividades divertidas como: rompecabezas, crucigramas. (Vité, 2012).

- El clima de aprendizaje:

consiste en la interacción, comunicación que se da en el proceso de enseñanza y aprendizaje entre los sujetos que participan en él (docente y estudiantes, viceversa y estudiantes con estudiantes). En éste debe preponderar la armonía, confianza, respeto, seguridad, para que los aprendices, puedan comunicar sus ideas e inquietudes con libertad; en este espacio también se incorporan las reglas que permitan un buen desarrollo del proceso educativo. En estas últimas juega un papel importante que el docente sea un modelo de conducta, la cual debe ser consecuente con las expectativas de los estudiantes. Por ejemplo, si se establecen reglas que prohíben el abuso



verbal o físico, ruidos que interrumpen el trabajo de los demás, entre otras, el docente debe también seguirlas. (Vité, 2012). Seguido de las consideraciones anteriores, se propone como definición de ambiente de aprendizaje, la siguiente según López (2015):

Hablar de ambiente de aprendizaje, nos remite al escenario donde existen y se desarrollan condiciones favorables de aprendizaje. Un espacio y un tiempo en movimiento, donde los participantes desarrollan capacidades, competencias, habilidades y valores. Donde, además, son tenidas en cuenta, la organización y disposición espacial, las relaciones establecidas entre los elementos de su estructura, pero también, las pautas de comportamiento que en él se desarrollan, el tipo de relaciones que mantienen las personas con los objetos, las interacciones que se producen entre las personas, los roles que se establecen, los criterios que prevalecen y las actividades que se realizan; esto es, el aula (p. 16).

La clase está constituida dentro de unas coordenadas espacio – temporales del curso académico (López, 2015), por un grupo de personas (estudiantes y docente), entre los cuales se generan diferentes clases de relación, mediante vínculos de autoridad, confianza, afecto, cooperación, sumisión, rechazo, imposición, entre otras; transformándose en una relación recíproca y multidimensional que modifica el ambiente que se desarrolla diariamente. En tal sentido, se puede decir que el clima o convivencia que se establece en el aula, inciden en algún grado en el logro de los aprendizajes. López (2015) afirma que: «La variable que tiene mayor efecto positivo en el aprendizaje de los alumnos es el clima de aula» (p. 17).

Según Fernández (citado por López, 2015), la relación entre profesores y alumnos y el clima que se da dentro del aula, no sólo intervienen en el rendimiento académico de los estudiantes, sino que además facilitan o dificultan el bienestar y desarrollo personal de todos los integrantes dentro

de la clase; es decir, que existe una relación directa y positiva entre la eficacia de la enseñanza y un clima apto dentro del aula.

#### 2.4.8 MODELO VAN HIELE

La Teoría de Van Hiele, fue creada por Pierre María Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof como disertaciones doctorales separadas en la Universidad de Utreht en Holanda en 1957. Este modelo se compone de tres elementos principales (López & Duarte, 2009):

- 1) Percepción “*insight*”, que se entiende como comprensión de las estructuras.
- 2) Estratificación del razonamiento humano en una jerarquía de niveles.
- 3) Fases de aprendizaje, que sirven de guía para diseñar la instrucción a la que se deben exponer los alumnos para ayudarlos a progresar del nivel en que se encuentren al siguiente.

En este modelo se observa una “jerarquización” ya que se trabaja sobre unos niveles, los cuales tienen un orden que no se puede alterar, y son “recursivos”, es decir que “lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel”. La progresión en y entre los niveles va muy unida a la mejora del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje (Fouz & De Donosti, 2005).

Los niveles son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4 (Fouz & De Donosti, 2005). Estos niveles se denominan de la siguiente manera:

**NIVEL 0: Visualización o reconocimiento:** en este nivel los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes. Se describen por su

apariencia física asemejándoles a elementos familiares del entorno. No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.

**NIVEL 1: Análisis:** se perciben los componentes y propiedades de los objetos y figuras, por medio de la observación y experimentación. Sin embargo, no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

**NIVEL 2: Ordenación o clasificación:** se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones. Por último, siguen las demostraciones, pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura.

**NIVEL 3: Deducción formal:** en este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.

**NIVEL 4: Rigor:** se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.

En la mayoría de trabajos realizados con estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un estudiante puede estar, según el

contenido trabajado, en un nivel u otro distinto. Hoy en día, al ser un modelo muy conocido y admitido por muchos docentes, existen múltiples aplicaciones dentro de las cuales se encuentran los trabajos realizados en geometría plana (Burger y Shaughnessy, 1986; Fuys et al. 1988), geometría de sólidos (Hoffer, 1981; Gutiérrez et al. 1991) y otros referidos al estudio de cuadriláteros y triángulos (Cowley, 1987).

López & Duarte (2009), realizaron un trabajo muy completo alrededor de la enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele, donde se hizo hincapié en la importancia de la red de relaciones que un alumno puede llegar a construir cuando se enfrenta a un concepto matemático y su estrecha relación con la idea de estructura en el modelo educativo de Van Hiele. Además, que la comprensión de la forma como funcionan las estructuras en el proceso de pensamiento permite el diseño de material didáctico que favorece en el alumno el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

## **2.5 LAS TIC EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS**

En todos los ámbitos sociales cada vez hay más personas que pueden acceder a las tecnologías de la información y las comunicaciones, la escuela no es ajena a esto, podríamos afirmar que su presencia en el aula ya no tiene vuelta atrás; en concreto en la enseñanza la incorporación de estas tecnologías debe producir un cambio en la didáctica de las matemáticas.

Al respecto Michele Artigue (2011) plantean que: “. Efectivamente lo que se espera es de esas herramientas esencialmente es que permiten aprender más rápidamente, mejor, de manera

más motivante, una Matemática cuyos valores son pensados independientemente de esas herramientas”. (p. 7)

Por lo anterior podemos afirmar que el proceso de incorporación de las TIC, en el ámbito educativo debe ser analizado y estudiado como una innovación, ya que presenta cambios y transformaciones en todos los elementos del proceso didáctico. (Cambios en el rol del profesor, y del alumno en método de enseñanza). De nada sirve la incorporación de las TIC a los procesos pedagógicos si no se producen otros cambios en el sistema de enseñanza.

Desde la perspectiva del socioconstructivismo las TIC pueden ingresar como mediadores que brinden un andamiaje adecuado para el recorrido de la zona de desarrollo próximo y por lo mismo deben favorecer los procesos interpsicológicos e intrapsicológicos necesarios. Una propuesta que busca ajustarse a estos requerimientos es la que se utiliza en este trabajo es la de los Sistemas Hipermedia Adaptativos (SHA) y dentro de este concepto se inscriben las Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD).

### **2.5.1 La AHD como Sistema Hipermedia Adaptativo (SHA)**

Brusilovsky (1996) define el término Sistema Hipermedia Adaptativo (SHA) como *“todos los sistemas de hipertexto e hipermedia que reflejan algunas características del usuario en el modelo de usuario y aplican este modelo para adaptar varios aspectos visibles del sistema al usuario”* (p. 2).

Según este autor es un sistema que debe cumplir tres criterios para ser llamado SHA:

1. Ser hipertextual o hipermedial.
2. Tener un modelo de usuario.

3. Poder adaptar el contenido hipermedial o hipertextual al modelo de usuario. (Brusilovsky, 1996, p. 2)

La propuesta de las AHD como instrumento didáctico para la enseñanza y el aprendizaje, se ajusta a las características de los SHA, dado que es un sistema hipermedia provisto de hipertextualidad, posee una estructura que puede adaptarse a las características concretas de cada usuario, (normalmente se tratarán de atributos tales como necesidades de información, condiciones de acceso, experiencia y conocimientos), de esta manera puede ofrecerle un material acorde a sus particularidades de acuerdo al modelo del usuario y al dominio en el que se está trabajando.

Para Amador Montaña y otros (2015) la AHD como instrumento didáctico, es un producto multimedia, provisto de hipertextualidad que promueve procesos metacognitivos; se fundamenta en el socioconstructivismo, configurándose como un instrumento psicológico y que Coll (2007) denomina como mediador de procesos intra e intermentales implicados en la enseñanza y el aprendizaje, donde se establece como un medio de representación del conocimiento y un sistema estratégico de comunicación para la implementación de las TIC en procesos educativos, mediante el desarrollo de un diseño tecnopedagógico (DTP) correspondiente a los fines de formación, modificando e innovando las relaciones entre el maestro, el estudiante y el saber.

Por ello la AHD se convierte en una herramienta que contribuye a la resignificación de las relaciones entre los elementos del triángulo didáctico (maestro, estudiante y saber) a partir de un enfoque socioconstructivista (Coll., Onrubia., & Mauri. 2008c)

## **2.6 MATERIAL EDUCATIVO EN LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICAS.**

Según Blázquez y Lucero (2002,) citado por González (2011) *“Los materiales educativos están constituidos por todos los instrumentos de apoyo, y cualquier recurso que el profesor prevea emplear en el diseño o desarrollo del currículo, para aproximar o facilitar los contenidos, mediar las experiencias de aprendizaje, provocar encuentros o situaciones, desarrollar habilidades cognitivas, apoyar sus estrategias metodológicas, o facilitar o enriquecer la evaluación”*. (p. 186)

En este sentido, las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) se han convertido en una poderosa herramienta didáctica que suscitan la colaboración en los alumnos, centrarse en sus aprendizajes, mejoran la motivación y el interés, promueven la integración y estimulan el desarrollo de ciertas habilidades intelectuales tales como el razonamiento, la resolución de problemas, la creatividad y la capacidad de aprender a aprender.

En la actualidad, la tecnología, y especialmente la Internet se ha convertido en un medio que ofrece un sin número de recursos digitales en línea que han sido creados para ponerlos en práctica en el campo educativo, con la intención de favorecer el desarrollo curricular de diferentes áreas de aprendizaje.

### **2.6.1 Características del material educativo digital.**

Según Moreira (2000), describe las características de los materiales electrónicos para Internet: en pocas palabras deben asumir los siguientes rasgos o características: materiales hipertextuales, flexibles, atractivos, interactivos y con mucha información. A continuación, describe estos rasgos:

- *Materiales cuya información esté conectada hipertextualmente.* Entre cada segmento o parte del módulo de estudio deben existir conexiones o enlaces que permitan al alumno "navegar" a través del mismo sin un orden prefijado y de este modo permitir una mayor flexibilidad pedagógica en el estudio de dicho módulo.
- *Materiales con un formato multimedia.* Los materiales didácticos deben integrar

textos, gráficos, imágenes fijas, imágenes en movimiento, sonidos, ... siempre que sea posible. Ello redundará en que estos materiales resulten más atractivos y motivantes a los estudiantes y en consecuencia, facilitadores de ciertos procesos de aprendizaje.

- *Materiales que permitan el acceso a una enorme y variada cantidad de información.*

Los materiales electrónicos (bien en Internet u otro medio). Por ello, en todo módulo electrónico debe existir una opción de "enlaces a otros recursos en la red" de modo que el alumnado pueda acceder a otros sitios web de Internet que contengan datos e informaciones de utilidad para el estudio del módulo.

- *Materiales flexibles e interactivos para el usuario.* Los materiales deben permitir al alumnado una secuencia flexible de estudio del módulo, así como distintas y variadas alternativas de trabajo (realización de actividades, navegación por webs, lectura de documentos, etc.). Es decir, los materiales que se elaboren no deben prefijar una secuencia única y determinada de aprendizaje, sino que deben permitir un cierto grado de autonomía y flexibilidad para que el módulo se adapte a las características e intereses individuales de los alumnos.
- *Materiales que combinen la información con la demanda de realización de actividades.* Frente a un modelo de aprendizaje por recepción, se pretende desarrollar materiales que estimulen el aprendizaje a través de la realización de actividades. Es decir, estos materiales deben combinar la presentación del contenido informacional con la propuesta de una serie de tareas y actividades para que el alumnado que al realizarlas desarrolle un proceso de aprendizaje activo, basado en su propia experiencia con la información (a través de ejercicios, navegaciones guiadas por la red, lectura de documentos, elaboración de trabajos". (p. 5-6).

El aprendizaje de las Matemáticas puede beneficiarse de estas características, dado que ofrecen ventajas en cuanto a que presentan los conceptos de una forma más visual e interactiva, estos recursos igualmente relacionan las Matemáticas con otros aspectos de la vida, para que resulten más accesibles a cualquier edad; además actualmente añaden un componente lúdico que las hace mucho más atractivas y que incluyen propuestas transversales, interactivas y multimediales para la aritmética, la geometría, el álgebra o las funciones y gráficas, así como otras para uso de docentes.



La clasificación de recursos digitales puede ser aprovechadas para potenciar el proceso de didáctico de enseñanza- aprendizaje, según Townsend (2000) citado por Quiróz (2009). Se relacionan en la tabla

**Tabla 1:** Clasificación Recursos digitales que pueden ser aprovechadas para potenciar el proceso de didáctico de enseñanza- aprendizaje.

TIPO	Recursos
<b>Transmitivos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tutoriales para apropiación y afianzamiento de contenidos.</li> <li>• Sitios en la red para recopilación y distribución de información.</li> <li>• Bibliotecas, enciclopedias, videotecas, y audiotecas digitales.</li> <li>• Sistemas para reconocimiento de patrones (imágenes, sonidos, textos, voz).</li> <li>• Sistemas de automatización de procesos, que ejecutan lo esperado</li> </ul>
<b>Activos: (Softwares)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Modeladores de fenómenos o de micromundos.</li> <li>• Simuladores de procesos o de micromundos.</li> <li>• Digitalizadores y generadores de imágenes o de sonido.</li> <li>• Juegos individuales de: creatividad, habilidad, competencia, roles.</li> <li>• Sistemas expertos en un dominio de contenidos.</li> <li>• Agentes inteligentes: buscadores y organizadores con inteligencia</li> </ul>
<b>Herramientas de productividad:</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Procesador de texto</li> <li>• Hoja de cálculo,</li> <li>• Procesador gráfico,</li> <li>• Organizador de información.</li> <li>• Herramientas multimediales creativas: editores de hipertextos, de películas, de sonidos o de música.</li> </ul>

<b>Interactivos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Juegos en la red, colaborativos o de competencia, con argumentos cerrados o abiertos, en dos o tres dimensiones.</li> <li>• Sistemas de mensajería electrónica (MSN, AIM, ICQ), Pizarras electrónicas</li> <li>• Programas de videoconferencias en línea.</li> <li>• CHAT textual o multimedial para hacer diálogos sincrónicos</li> <li>• Sistemas de correo electrónico textual o multimedial</li> <li>• Sistemas de foros electrónicos,</li> <li>• Blogs</li> <li>• Wikis, moderados o no moderados, que permiten hacer diálogos e interactuar, asincrónicamente.</li> </ul>
---------------------	--

*Fuente: según Townsend (2000), citado por Quiróz (2009. p.48).*

### **2.6.2 Usos de Material Educativo.**

Medina, Domínguez & Sánchez (2008) precisan sobre que “El empleo de medios y recursos requiere explicitar el modelo de construcción e integración de los mismos y el proceso de diseño y adecuación de la presentación del contenido instructivo mediante la programación de unidades didácticas”. (p. 2)

Por ello siguiendo la idea socioconstructivista de la zona de desarrollo próximo y de ayuda ajustada, el material a utilizar debe propender por favorecer el proceso intra e inter mental con el que los alumnos crean el conocimiento. Por esto mismo el material no se supone que “entrega” el saber, sino que debe mediar su construcción.

Por su parte, Marqués (2000) citado por González (2011) señala que los medios didácticos cumplen, entre otras, las siguientes funciones

- *Motivar, despertar y mantener el interés.*
- *Proporcionar información*
- *Guiar los aprendizajes de los estudiantes.*
- *Organizar la información, relacionar conocimientos, crear nuevos conocimientos y*

aplicarlos.

- *Evaluar conocimientos y habilidades.*
- *Proporcionar simulaciones que ofrecen entornos para la observación, exploración y la experimentación.*
- *Proporcionar entornos para la expresión y creación. (p. 3)*

### **2.6.3. Adaptación de Material educativo.**

No es necesario crear todo el material que se vaya a utilizar en un dispositivo multimedia al igual que no es necesario utilizarlo tal cual se encuentra. Lo más frecuente es que el docente deba modificar de alguna manera el material a utilizar para que se alinee adecuadamente a sus objetivos. Arreaga, Fuente, Pardo & Delgado (2005, p. 214) en su artículo sobre adaptación de material educativo indican que existe un consenso sobre la existencia de 3 tipos principales de adaptaciones: de contenido, de flujo del aprendizaje y de interfaz. A continuación, presentamos la clasificación según la plantean los autores mencionados

- **Adaptación del contenido:**

De Bra et al (1999) plantea que la adaptación del contenido “*Consiste en la modificación de los materiales a entregar a cada alumno, atendiendo a los diferentes parámetros del estado del curso*”. Así un concepto puede ser estudiado a través de vídeos, actividades y lecturas. De esta forma cada alumno puede recibir un tipo de material según su estilo de aprendizaje, trabajando todos ellos sobre el mismo concepto.

- **Adaptación de flujo de aprendizaje:**

La adaptación del flujo de aprendizaje consiste en modificar el orden de realización de actividades en función del estado del curso. Por ejemplo, existen alumnos que prefieren estudiar la teoría antes de pasar a la fase de experimentación, mientras que otros prefieren adquirir la experiencia práctica y luego encontrar los fundamentos teóricos.

- **Adaptación de la interfaz:**

Un tercer tipo de adaptación se basa en la posibilidad de modificar el formato en el que los materiales son presentados. Esta modificación puede ser debida al tipo de dispositivo con el que los participantes del curso acceden al material. Por ejemplo, el acceso a través de un dispositivo móvil requerirá de una interfaz de usuario simplificada.

#### **2.6.4 Estrategias comunicativas**

En su tesis doctoral sobre estrategias de comunicación Morales (2003) las define como *“esos recursos o planes (comunicativos) conscientes... para resolver problemas de comunicación” (p. 11)*. En el caso de las matemáticas estas estrategias cobran una especial importancia ya que los objetos con los que se trata son abstractos, por lo tanto, los recursos concretos utilizados para presentar un concepto matemático se hacen únicamente a nivel simbólico; es imposible mostrar un cinco, únicamente podemos mostrar objetos o recursos que lo simbolicen. Esto tiene como consecuencia que si la comunicación, que tiene su base en lo simbólico, falla, no será posible un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier objeto matemático.

Por otro lado, la comunicación es un proceso multimedial por excelencia en el que concurren la palabra, el gesto, el medio y la mente de los implicados. En el caso del presente

trabajo las TIC se implican como mediadoras en la estrategia comunicativa que puedan desarrollar los alumnos entre sí y el docente con los alumnos.

## **2.7 LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE LAS RELACIONES DE ORDEN EN NÚMEROS ENTEROS**

Existen diferentes investigaciones como las realizadas por (Freudenthal, 1983) (Janvier, 1985), (Bell, 1986), (Vergnaud, 1989), entre otras, que han mostrado las dificultades que tienen las estudiantes al momento de estudiar el concepto de los números negativos en el ámbito aritmético-algebraico.

Schubring (1998) afirmar que “Los números negativos no constituyen un concepto aislado en el seno de las matemáticas, sino que surgen más allá del concepto de número en el nivel de los fundamentos, convirtiéndose en un desafío para las mismas. Los números negativos pusieron en tela de juicio pilares esenciales de la filosofía de las matemáticas. Las matemáticas eran concebidas como ciencia de las cantidades. Los números negativos obligaban de manera implícita a comprenderlas de otra manera, no empírica ya que, en el mundo exterior, ninguna realidad podía asignársele a estos números”.

En general los números enteros y en particular los números negativos forman parte de los contenidos académicos que generan dificultad en el proceso de aprendizaje en el aula; de su entendimiento depende el manejo adecuado de diferentes expresiones algebraicas y de otros tipos de estudios matemáticos.

Partiendo de lo antes mencionado se crea la siguiente propuesta pedagógica con la construcción (diseño y creación) de la AHD. La aplicación de los contenidos mostrados en la AHD relaciones

de orden en números enteros se centran en el aprendizaje basado en problemas ya que es en nuestra cotidianidad donde se aprecia el uso de este conjunto de números como : “está a 100 metros sobre el nivel del mar”, “la temperatura el día de hoy es 15 grados bajo cero”, “debo cincuenta mil pesos” o “tengo doscientos mil pesos a favor”, todos estos ejemplos refieren a números enteros tanto positivos como negativos, dichas expresiones, representan cantidades numéricas, las cuales se encuentran sujetas a las relaciones de orden sin importar si son negativas o positivas y es en este apartado donde el estudiante constantemente confunde el significado de mayor que o menor que, al comparar números negativos como: “que numero es mayor -5 o -305”, “que número se encuentra más cerca al 0, -8 o -100”, “que es mejor, deber 500 o deber 100” este tipo de preguntas sin una ayuda real visual aplicada a nuestra realidad es difícil de comprender pero con la AHD los estudiantes podrán apreciar su aplicabilidad en el nuestra entorno produciendo así un mejor entendimiento de este contenido.

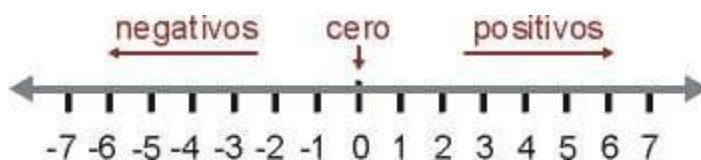
### **2.7.1 ORDEN DE LOS NÚMEROS ENTEROS**

#### **1. Números enteros**

Los números enteros son el conjunto de números naturales, sus inversos (números negativos) y el numero 0; históricamente los números enteros no fueron aceptados hasta finales del siglo XVIII cuando Leonardo Euler da el estatuto legal a los números negativos formando así otro grupo de números, los cuales juntos con los números naturales y el 0 dan paso a la existencia del conjunto de números enteros.

##### **a. Representación gráfica de los números enteros**

Los números enteros se pueden representar gráficamente utilizando la recta numérica de la siguiente forma:



Donde:

- Los enteros positivos (positivos en el gráfico), se denota con  $Z^+$
- Los enteros negativos (negativos en el gráfico), se denota con  $Z^-$
- El cero no tiene signo, es neutro

## 2. Valor absoluto

La distancia del cero a un número entero positivo  $+a$ , será la misma que la distancia (en unidades) a su opuesto (número negativo)  $-a$ ; ambos entonces de igual magnitud, a esto se le denomina valor absoluto, en la practica se escribe entre dos barras  $| |$  ejemplo

. Valor absoluto de  $-3$  se escribe  $|-3|$  y es 3.

Valor absoluto de  $+5$  se escribe  $|+5|$  y es 5

## 3. Relaciones de orden en números enteros

- Entre dos o más números enteros positivos es mayor el de mayor valor absoluto
- Entre dos o más enteros negativos es mayor el de menor valor absoluto (el número negativo más cerca al 0 será siempre el número mayor)

Ejemplos:

$+8 > +2$  porque:  $|+8| = 8$  y  $|+2| = 2$  es decir que  $8 > 2$

$-3 > -8$  porque:  $|-3| = 3$  y  $|-8| = 8$ , 3 unidades están más cerca del cero que 8 unidades

#### 4. Adición y sustracción

- Para sumar dos o más números enteros del mismo signo se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos.

Ejemplo: Si tenemos la siguiente suma:  $(+5) + (+3)$  entonces  $|+5| = 5$  y  $|+3| = 3$  por lo tanto  $5 + 3 = 8$

- En el caso de que los sumandos sean números negativo tendremos:

Ejemplo:  $(-5) + (-1)$  entonces  $|-5| = 5$  y  $|-1| = 1$  por lo tanto  $5 + 1 = 6$  y como el signo de los sumandos es negativo entonces queda:  $(-5) + (-1) = -6$

- Para sumar números enteros con diferentes signos se restan sus valores absolutos y se pone el signo del mayor de los sumandos

Ejemplo:  $(+6) + (-2)$  entonces  $|+6| = 6$  y  $|-2| = 2$  por lo tanto  $6 - 2 = 4$  y como el mayor de los sumandos es positivo en este caso 6 el resultado es +4 quedando así:  $(+6) + (-2) = +4$

- En el caso de que el mayor de los sumandos sea negativo el resultado será otro número negativo, ejemplo:  $(-12) + (+6)$  tenemos  $|-12| = 12$  y  $|+6| = 6$  por lo tanto  $12 - 6 = 6$  y como el signo del número más grande (-12) es negativo nos queda:  $(-12) + (+6) = -6$



## **CAPÍTULO III METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

Aquí se presenta el diseño metodológico de investigación y de los instrumentos de recolección de datos orientados a conseguir los objetivos planteados en este estudio relacionados ¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de las Ayudas Hipermediales Dinámicas en la enseñanza de las relaciones de orden en números enteros a estudiantes del grado séptimo de la institución educativa Juan XXIII de Pereira?

### **3.1 DISEÑO CUALITATIVO DESCRIPTIVO**

Se recurrió a la metodología cualitativa, de tipo descriptivo- interpretativo, que se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, la conducta observable; incluyó la observación participante, registros videográficos, grabaciones de audio, hojas de respuestas o cuadros de trabajo de los estudiantes, para posteriormente describir, analizar y vincular la información de acuerdo a los fenómenos que ocurren naturalmente en el de aula de clase al usar el aplicativo (AHD).

Los resultados de las actividades propuestas a través del desarrollo de la secuencia didáctica y las observaciones; se establecieron cuatro categorías en lo referente a: Uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

Las categorías permitirán observar los actores que intervinieron en los entornos de aprendizaje y que incidieron directa o indirectamente el proceso de enseñanza aplicado por el docente.

### **3.2 CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN**

La investigación se realizó en la Institución educativa Juan XXIII del municipio de Pereira en el departamento de Risaralda.

La investigación se realizó con 17 estudiantes del grado caminar en secundaria 1 el cual es el equivalente al curso de grados sexto y séptimo de educación básica secundaria, que cumplieron los siguientes criterios:

- Estudiantes en extraedad.
- Edades de los estudiantes entre 13 y 16 años.
- Estudiantes y padres que otorgaron el consentimiento de participar en la investigación.
- Estudiantes que asistieron al 90% de las actividades planeadas en el desarrollo de la secuencia didáctica.

### **3.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN.**

#### **3.3.1 Técnica de observación participante.**

Hay que distinguir entre lo que es “observación” y la “observación participante”. La primera es una técnica para la recogida de datos sobre comportamiento no verbal, mientras que la segunda hace referencia a algo más que una mera observación, es decir, implica la intervención directa del observador, de forma que el investigador puede intervenir en la vida del grupo.

Goetz y LeCompte (1998) citado por Araújo (2009) plantea que: “la observación participante se refiere a una práctica que consiste en vivir entre la gente que uno estudia, llegar a conocerlos, a conocer su lenguaje y sus formas de vida a través de una intrusa y continuada interacción con ellos en la vida diaria”. (p. 277)

En esta investigación el trabajo de aula fue desarrollado por el profesor investigador. Eso significa que tiene una participación directa en una serie de actividades durante el tiempo que dedica a observar a los sujetos objeto de observación y participar en sus actividades para facilitar una mejor comprensión; le exigió preparación, diseño y organización previa a las secciones de trabajo de campo durante la experiencia.

### **3.3.2. Registros videográficos.**

El vídeo como instrumento de registro o apoyo visual en la investigación permitió obtener mayor información por la posibilidad de registrar imagen y sonido. De acuerdo con García Gil (2011) “El vídeo es en sí mismo una forma de indagar y recoger información, así como de construir y reconstruir realidades, no solo desde quien investiga sino también desde las personas o comunidades que narran su situación a través de las imágenes en movimiento”. (p.4 )

Para este estudio los registros videográficos constituyen el principal instrumento de observación en el desarrollo de la investigación, con ellos se pretende documentar los ambientes de aprendizaje en el aula de clase, y evidenciar los procedimientos, situaciones, expresiones, comportamientos anímicos y expresivos de los estudiantes.

Se registran varias sesiones de grabación (filmación de clases) necesarias para el desarrollo de la secuencia didáctica, correspondiente al desarrollo temático de las relaciones de orden en números enteros, los que luego se analizan a la luz del marco teórico.

### **3.3.3. Los cuadros de trabajo.**

Cerda, (1991), describe los cuadros de texto como:

*Cualquier procedimiento gráfico que sirva para organizar, sintetizar o registrar los datos observados puede ser útil como, por ejemplo, planillas, cuadros de texto, columnas, etc. Estos cuadros pueden servir para registrar datos que provienen de los hechos que no proceden de la observación directa del investigador, actitudes y opiniones de las personas observadas o para registrar el funcionamiento o la situación de organizaciones, instituciones o grupos investigados. ( p. 250)*

Los cuadros de trabajo recogerán información adicional sobre el material, el trabajo de los estudiantes en el aula y la concepción que tienen ellos de su aprendizaje, ya sea de carácter autónomo o colaborativo. Cada cuadro registró la actividad relacionada con la temática o ruta de aprendizaje, los nombres, la fecha de entrega, las acciones que el estudiante o el grupo deberá tomar en relación a ella.

## **3.4 DISEÑO DEL MODELO PEDAGÓGICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS RELACIONES DE ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS $\mathbb{Z}$ EN EL AULA DE CLASE**

La siguiente matriz muestra el diseño del modelo pedagógico para la enseñanza de las relaciones de orden en los números enteros. A partir del problema que se diagnosticó acerca de las

dificultades de la enseñanza y del aprendizaje de este tema en el aula de clase, y atendiendo las características de los estudiantes, así como su contexto y condición de extraedad (programa CAMINAR 1), se tomó la decisión de adoptar el enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías de aprendizaje autónomo, colaborativo y basado en problemas. Así, el diseño de este modelo queda conformado por las relaciones que se observan en la tabla siguiente (marcadas con una “X”), siendo éstas las que al modo de ver y de conocer del docente serán las que atenderán de manera eficiente el proceso de enseñanza para que los estudiantes aprendan sobre el orden en los números enteros. Estas relaciones determinarán, tanto el diseño como la creación de la AHD y las actividades de la secuencia didáctica.

MATRIZ MODELO PEDAGÓGICO		ENFOQUE PEDAGÓGICO SOCIOCONSTRUCTIVISTA					
		CARACTERÍSTICAS					
TEORIAS DE APRENDIZAJE/CARACTERÍSTICAS		Saberes previos	Ayuda ajustada mostrar al estudiante como construir el conocimiento	Andamiaje y dar soporte adecuado a los estudiantes	Representar	Construcción	Delegación de la responsabilidad y control
APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS	Trabajo activo con participación activa de los estudiantes						X

	Problemas seleccionados para lograr objetivos de conocimientos			X			
	Aprendizaje centrado en el estudiante	X					
	Maestro como facilitador o tutor del aprendizaje		X				
APRENDIZAJE COLABORATIVO	Interdependencia positiva o esfuerzos de unos benefician a otros)						X
	Responsabilidad y compromiso						X
	Trabajo en equipo					X	
	Potenciar el desarrollo				X		
APRENDIZAJE AUTÓNOMO	El estudiante aprende a construir su propio conocimiento					X	
	Autorregulación				X		
	Transferir progresivamente el control de la estrategia						X
	Uso estratégico de Procedimientos					X	

### 3.5. PROCEDIMIENTO

La propuesta se desarrolló a través de las cinco fases que se describe en el siguiente cuadro resumen.

### 3.5.1. Fases, Objetivos y actividades del estudio.

**Tabla 2. Fases, objetivos y actividades**

<b>FASE</b>	<b>OBJETIVOS</b>	<b>ACTIVIDADES</b>
Fase I: Caracterización	Diagnosticar un problema de enseñanza de las relaciones de orden en el aula de clase.	Análisis de los procesos de comprensión de las relaciones de orden en números enteros, diagnosticado en los resultados de pruebas saber 9º (Capítulo 1. Descripción de la realidad problemática). Indagación estudios de posibles causas del problema.
Fase II. Investigación	Identificar la incidencia de las AHD como estrategias didácticas para la enseñanza y aprendizaje de las relaciones de orden en números enteros.	Se procede a elaborar un instrumento que nos permite diseñar, aplicar y evaluar los contenidos desarrollados en el aula.  Para ello se empieza por: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Elaborar una revisión bibliográfica sobre AHD, y el uso de las TIC aplicadas a la enseñanza de las matemáticas.</li> <li>• Elaborar una revisión bibliográfica sobre el Enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías de aprendizaje relacionadas.</li> <li>• Elaborar una revisión bibliográfica sobre didáctica en la enseñanza de las relaciones de orden en números enteros.</li> </ul>
Fase III: Diseño e Implementación.	Crear una ayuda hipermedial dinámica para favorecer un acercamiento al estudio del concepto de las relaciones de orden a números enteros.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construcción del Diseño Tecno Pedagógico para la enseñanza de la interpretación de las relaciones de orden en números enteros.</li> <li>• Selección, adecuación y construcción de recursos didácticos para el desarrollo las unidades temáticas</li> <li>• Diseño y construcción del instrumento AHD, para la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones de orden en números enteros, utilizando la aplicación Cmaptools.</li> </ul>
Fase IV: Aplicación	Aplicar la herramienta didáctica AHD, desarrollada,	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicación de la secuencia didáctica con uso de la AHD en 3 secciones de clase de 120 minutos en el</li> </ul>

	en el grado caminar 1 de la Institución Educativa Luis Juan XXIII.	<p>grado caminar 1 de la Institución Educativa Juan XXIII de Pereira</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Organización de evidencias de los estudiantes en el trabajo autónomo y colaborativo en las actividades propuestas en el instrumento pedagógico.</li> </ul>
Fase V: Análisis y Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Evaluar el desempeño de la herramienta didáctica con los estudiantes en 4 aspectos preestablecidos:</li> <li>• Creación de material educativo.</li> <li>• Uso de recursos educativos.</li> <li>• Estrategias Comunicativas en el aula de clase.</li> <li>• Adaptación de recursos educativos al contexto.</li> <li>• Estrategias comunicativas. Todas ellas planteada a la luz del enfoque pedagógico socioconstructivista y las teorías de aprendizaje autónomo, colaborativo y basado en problemas con los estudiantes del grado caminar 1 de la Institucion Educaiva Juan XXIII de Pereira</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar la Incidencia de los aportes didácticos que ofrece el uso de Ayudas Hipermediales Dinámicas al profesor de matemáticas, desde el enfoque socioconstructivista para enseñanza de las relaciones de orden en números enteros</li> <li>• Uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase con estudiantes del grado caminar 1 en la Institución Educativa Juan XXIII.</li> <li>• Evaluar el desempeño alcanzado durante la implementación de la estrategia didáctica desde el aspecto curricular.</li> </ul>

*Fuente:* producción propia

### 3.6. DISEÑO E CREACIÓN DE LA AHD

La aplicación (AHD) tiene como propósito construir conocimiento sobre el concepto de relaciones de orden en números enteros de manera autónoma y colaborativa, por medio de



recursos multimedia; además dinamizar la clase mediante la implementación de las TIC en el aula facilitando la comunicación entre estudiantes y el docente.

A groso modo el instrumento se compone de las siguientes partes:

- La AHD relaciones de orden en números enteros se construye en 3 niveles

La ayuda hipermedial dinámica (AHD) para la enseñanza de las relaciones de orden en los enteros, se construyó en diferentes ramas o niveles los cuales corresponden al (nivel 1 o nivel básico, nivel 2 o intermedio y nivel 3 o avanzado) y colores (rojo, amarillo y verde respectivamente), esto se hace con el fin de darle una forma familiar al conocimiento de los estudiantes.

- **Generalidades.** Comprende los botones superiores de la AHD.
- **Prueba diagnóstica inicial para los estudiantes:** Determina el estado inicial del estudiante, es decir, valora los conocimientos previos, para determinar las posibilidades de ajustar rutas y actividades a la situación particular de cada estudiante.
- **Desarrollo temático de la unidad didáctica.** Consta de 3 secciones de contenidos; Ver anexo 2  
(planeadas en la SD) para el alcance de los objetivos propuestos.
- **Sistema de evaluación.** En general en todo el desarrollo de la AHD, el sistema indaga a los estudiantes sobre preferencias y sus avances del aprendizaje por sí mismo, es un sistema de autoevaluación permanente que informa sobre los progresos obtenidos.

Para el lector, la estructura anterior, se muestra en el anexo 2

El desarrollo temático de contenidos en la enseñanza de relaciones de orden en números enteros, se diseña en la secuencia didáctica.

### **3.6.1. Diseño de la Secuencia Didáctica (SD).**

A continuación, se incluye la secuencia didáctica diseñada para desarrollar en 3 sesiones de 120 minutos cada una.

VER ANEXO 2

## **3.7. DISEÑO Y ORGANIZACIÓN DEL AMBIENTE DE APRENDIZAJE**

El ambiente de aprendizaje en el que se desarrolla esta propuesta comprende un entorno educativo de la Institución Educativa Juan XXIII, un espacio en el que los estudiantes interactúan de forma presencial con el docente, en un ambiente donde la construcción cognitiva se realiza en un entorno colaborativo mediado por TIC, en donde cobran sentido las estrategias didácticas que use del docente que permite guiar el acto educativo.

### **3.7.1. Contexto Físico.**

Para el desarrollo de la propuesta de investigación se contó con la sala de sistemas del colegio la cual tiene un área de 60 m<sup>2</sup> y 30 pc que cuentan con sistema operativo Windows 7 y recursos mínimos, como los siguientes: memoria RAM ddr2 de 2 GHZ, procesador Intel Celeron, monitor tipo CRT, para la reproducción de archivos de audio y multimedia se usó audífonos los cuáles los estudiantes llevaron, esta sala cuenta con una conexión a internet de 4 megas.

El trabajo colaborativo se realizó en la cancha del colegio utilizando materiales como cáñamo, tijeras y chaquiras con el fin de construir una recta numérica.

**- Actores del contexto educativo:**

**3.7.2. Rol del estudiante.**

El papel protagónico que tienen los estudiantes en esta propuesta radica en que los alumnos pasen de ser meros receptores a convertirse también en emisores y, por tanto, en parte activa del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Por tanto y con base en lo que se ha tratado se colige que para garantizar el éxito en el aprendizaje de los estudiantes se requiere que el alumno realice las siguientes acciones para su propia formación:

- Saber trabajar en equipos colaborativos.
- Acceder a los contenidos que ofrece la AHD.
- Participar activamente en la solución a las actividades propuestas.
- Elaborar preguntas para orientarse, para aclarar dudas relativas a los contenidos, los procedimientos o las actividades.
- Reflexionar con los contenidos sobre sus fortalezas y áreas de oportunidad que les permitirá desarrollar sus capacidades al máximo.
- Comprender qué habilidades, estrategias y recursos requiere cada tarea. (Metacognición).

**3.7.3. Rol del docente.**

En esta propuesta se parte del enfoque pedagógico actual para reconceptualizar el rol del docente, pues el socioconstructivismo abandona el concepto de profesor asociado a enseñar hechos y conceptos de un modo estructurado y fijo, en favor de una renovada imagen como profesional

que juega un papel activo en el diseño de situaciones específicas de enseñanza, por tanto el profesor debe ser conocedor de las necesidades evolutivas, y de los estímulos que reciba de los contextos donde se relaciona: familiares, educativos, sociales, en base a estas condiciones ajusta o reestructura la AHD.

El docente actúa bajo el principio constructivista desplazando el énfasis de enseñanza hacia el aprendizaje, procurando que el alumno construya los conceptos, descubra los hechos y se apropie de los datos por sí mismo.

En tal sentido para el desarrollo de esta propuesta didáctica, la intervención del profesor aparece en las siguientes situaciones:

- A. En la planificación y diseño de la AHD, es quien crea y selecciona las situaciones educativas, de acuerdo a las características y necesidades de los aprendices.
- B. Gestiona los espacios físicos, y recursos materiales a utilizar, verifica previamente el correcto funcionamiento de los equipos y cámaras.
- C. Toma decisiones de organización espacios y controla los tiempos de las secciones de trabajo.
- D. Da indicaciones claras sobre la mejor manera de manejo de archivos y materiales.
- E. Debe crear un clima afectivo, armónico, de mutua confianza entre docente y discente, estimular y al mismo tiempo aceptar la iniciativa y la autonomía del estudiante, fomenta la participación activa no solo individual sino grupal con el planteamiento de cuestiones que necesitan respuestas muy bien reflexionadas.
- F. Su docencia se debe basar en el uso y manejo de terminología cognitiva tal como: Clasificar, analizar, predecir, crear, inferir, deducir, estimar, elaborar y pensar.
- G. No pierde su papel de autoridad, ejerce controles.

### 3.8 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

Las categorías que determinan los aportes didácticos que ofrece la AHD al profesor se establecieron las siguientes categorías en lo referente a: uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

#### 3.8.1 Creación y adaptación de materiales educativos.

La principal función con la que fue concebido el material digital estructurado en la AHD es la de ofrecer un entorno para la exploración, la experimentación, la creatividad y favorecer la comprensión y apropiación del concepto de relaciones de orden en números enteros a partir de un proceso gradual y bien diferenciado respecto a los diferentes conceptos presentados.

Por lo cual no se deben seleccionar problemas o tareas sin reflexión previa del docente, éstas deben estar sustentadas en el conocimiento de cada uno de los estudiantes, como seres singulares, tanto desde el trabajo individual como en grupo, porque este tipo de acción puede dificultar la comprensión.

Según estudio de Costa, Di Domenicantonio, & Vacchino (2010) se afirma que:

*... el proceso de elaboración de material didáctico, en general, requiere el desarrollo de cinco grandes tareas o fases que pueden representarse del siguiente modo:*

- *Diseño o planificación del material*
- *Desarrollo de los componentes.*
- *Experimentación del material en contextos reales*
- *Revisión y reelaboración*
- *Producción y difusión” (p.4)*

En este caso las fases de: planificación, creación, aplicación y desarrollo, revisión y adaptación de materiales para la AHD fueron realizadas por los mismos autores, que son profesores de la asignatura, conocedores de los contenidos de la materia y quienes mejor conocen las necesidades y dificultades de los alumnos, alcanzadas a partir de su experiencia docente en el aula.

Para diseñar el material estructurado en la AHD para enseñar el concepto de relaciones de orden en números enteros aprovechamos una cantidad de recursos digitales disponibles en la web. Los contenidos y actividades se componen de documentos de texto, imágenes, videos, test, entre otros.

- **Diseño de Actividades de aprendizaje:**

Se refiere a todas aquellas tareas previstas y planeadas desde la organización de la secuencia didáctica que el alumno debe realizar para llevar a cabo los objetivos de aprendizaje, por ejemplo: Analizar, investigar, diseñar, construir y evaluar.

Si bien la teoría histórico-cultural de Vygotsky dirige la reflexión y el trabajo de esta investigación, sin embargo, puede ser complementada con actividades de aprendizaje diseñadas a lo largo de la secuencia didáctica pueden ser enriquecidas, adaptadas y complejizadas de acuerdo al contexto y a las necesidades de aprendizaje que surjan en las prácticas de aula.

### **3.8.2. Aplicación y uso de los recursos educativos de la AHD.**

El material fue concebido para ser usado como material didáctico en cursos presenciales de matemáticas con alumnos que inician grado caminar en secundaria 1. Desde la teoría socio constructivista los materiales deben usarse para identificar el ZDR del alumno, brindarle la ayuda

ajustada para recorrer con sus pares la ZDP y mediar los procesos interpsicológicos del grupo de trabajo.

Desde esta perspectiva los recursos educativos y las actividades diseñadas para la enseñanza del concepto de relaciones de orden en números enteros, se estructuran en la aplicación AHD en un plan de trabajo llamado SD, basándose en el aprendizaje autónomo y colaborativo en donde cada estudiante va desarrollando los contenidos y actividades planeadas y propuestas por el maestro, esto conducirá progresivamente a la adquisición de los objetivos de aprendizajes.

### **3.8.3. Estrategias comunicativas (con herramientas de trabajo colaborativo, autónomo y basado en problemas).**

A partir de los usos que se le den a la AHD surgirán estrategias comunicativas que busquen ayudar a superar problemas de comunicación entre los participantes. La comunicación para efectos del análisis de las estrategias se dividirá en situaciones alumno- alumno y situaciones alumno-docente.

## **3. 9. EVALUACIÓN DE LA AHD**

La AHD producto de este ejercicio contó con diversos escenarios de evaluación:

- El primero de ellos a través del test (ubicado al inicio del recorrido) que permitió conocer sus saberes previos.
- El segundo dio cuenta de los avances del aprendizaje por sí mismo o autoevaluación que permanentemente informó sobre los progresos obtenidos y se encontró a lo largo de todo el desarrollo de contenidos.

- El tercero estuvo relacionado con la valoración que hizo el estudiante de la funcionalidad y la pertinencia de cada uno de los componentes de la AHD para el proceso de aprendizaje. (al final de cada sesión de manera oral)
- El cuarto fue el que hizo el docente a la hora de desarrollar la clase, acerca de las oportunidades didácticas y de sus aprendizajes, tanto comunicativos, metodológicos, didácticos, epistemológicos, como conceptuales del tópico específico, mediante la implementación de las TIC en el aula.

## **CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.**

En cuanto a la pregunta abordada en la investigación sobre qué aportes didácticos ofrece el uso de ayudas hipermediales dinámicas en la enseñanza de las relaciones de orden en números enteros de educación secundaria en lo referente a creación, uso de la AHD, estrategias comunicativas y adaptación de recursos educativos al contexto en el aula de clase presentamos el siguiente análisis e interpretación de la información obtenida en el proceso de observación en el aula de clase.

### **4.1. CREACIÓN DE MATERIAL EDUCATIVO**

A continuación, se describen los recursos didácticos creados o vinculados a AHD, para el desarrollo de la Secuencia didáctica en la enseñanza de las relaciones de orden en números enteros.



## VER ANEXO 1 ANALISIS DE RESULTADOS

### CAPÍTULO V CONCLUSIONES

#### C.1.

El diseñar un modelo pedagógico para la enseñanza de las relaciones de orden en los números enteros en el aula de clase con apoyo de la AHD, permitió al docente identificar el mismo contenido en diferentes formatos, por ende, se debió analizar su pertinencia a la hora de utilizar en las actividades planeadas para ABP ya que no todo el material encontrado es el apropiado para las características socioculturales de los estudiantes. Esto permitió descubrir que no todo el material que está en la red resulta útil para un modelo pedagógico específico, por eso se debió ajustar a las condiciones de la institución y al nivel de conocimiento los estudiantes y de las posibilidades de uso por parte del docente, pues, hay material que no es accesible debido a que está en formatos que no pueden ser utilizados en los PC del colegio o porque las representaciones no eran de uso frecuente para el docente. Razón que le llevó a pensar en otras posibilidades de representar el conocimiento de las relaciones de orden entre números enteros.

Al diseñar el modelo pedagógico el docente se enfrentó a las condiciones del colegio, las cuales debió analizar y disponerlas para el ambiente de los tipos aprendizaje que hay en este modelo y puedan llevarse a cabo. De otro lado, también el docente debió hacer ajustes curriculares ya que, por el tiempo, la planeación del área y las condiciones de conocimiento de los estudiantes se planteó un orden de los temas y subtemas que correspondieran con estas condiciones,

adicionalmente con las actividades de los tipos de aprendizaje propuestos. En este aparte se encontró que al docente correspondió hacer ajustes en las actividades para que ellas tuvieran pertinencia con el desarrollo de la clase.

## **C.2.**

Con la creación de la AHD para la enseñanza de las relaciones de orden en números enteros a estudiantes de la institución educativa Juan XXIII de Pereira, se pudo evidenciar que los componentes que forman la estructura de la ayuda hipermedial dinámica (contenidos, metodologías, recursos y evaluación) dio como resultado una enseñanza efectiva por medio de la implementación de la tecnología en la educación, esta cumple con el objetivo de alcanzar un verdadero aprendizaje, tal como lo evidencia la tabla N1 de análisis de resultados de antes y después de utilizar la AHD, relaciones de orden en números enteros.

La implementación de los recursos tecnológicos en la ayuda hipermedial dinámica proporcionó a los educandos la capacidad de avanzar en sus conocimientos según sus diferentes ritmos de aprendizaje; apporto elementos didácticos, flexibles y adaptables al contexto en el cual se desenvuelven; los aprendizajes basados en problemas puestos en la AHD crearon situaciones de fácil entendimiento anclando los nuevos conocimientos, ZDP en los saberes previos ZDR, el trabajo en equipos o colaborativo creo canales de interacción de información dando paso a la construcción de nuevos conocimientos como: reconocer los elementos del conjunto de los números enteros y sus características, representarlos geométricamente en la recta numérica y establecer una relación de orden en dicho conjunto; la experiencia adquirida en el uso de herramientas tecnopedagógicas fue enriquecedora y apropiada, minimizando así la brecha que existía en la utilización de los recursos tecnológicos en ámbitos educativos, promoviendo la

integración asertiva de la tecnología y la pedagogía como lo afirma el TPACK (Punya Mishra y Matthew J. Koehler)

La ayuda hipermedial dinámica dio elementos claros al docente sobre el nivel de desarrollo real que tenían los estudiantes, como lo afirma Vigotsky (1991) y Shulman (2009) desde el conocimiento didáctico del contenido, en especial el conocimiento del alumno ya que se pudo crear la habilidad de hacer permeable los nuevos contenidos, partiendo de las habilidades y destrezas que tienen los estudiantes del grado caminar 1 de la institución educativa Juan XXIII; además de esto la AHD en enseñanza de relaciones de orden en números enteros se construyó de tal forma que sin importar el orden o zona por el cual estudiante empiece a trabajarla esta siempre lo conducirá a alcanzar el objetivo a cumplir, sin importar el nivel de competencia en el que este (bajo, semáforo rojo, básico, semáforo amarillo o avanzado, semáforo verde) ya que sus actividades según sus resultados lo guiarán a su zona de desarrollo real y potenciarán sus saberes hasta llegar a un verdadero aprendizaje.

### C.3.

En la construcción de la secuencia didáctica (SD) para el tema de enseñanza de las relaciones de orden en números enteros se identificó las falencias que existían a la hora de planear una clase ya que se incurría en el error de no tener hilos conductores en las actividades a desarrollar, ni identificar los saberes previos con los cuales cuentan los estudiantes, como lo describe Shulman (1986 y 1987) y Barnett y Hodson (2001) que afirman “*que no solo basta tener conocimiento acerca de lo que se debe de enseñar, también es necesario tener las habilidades de dar este*

*conocimiento de manera asertiva y poder lograr así un aprendizaje verdaderamente significativo*” esto se evidenció en las búsqueda por parte del docente de las diferentes actividades para los temas: reconocer los elementos del conjunto de números enteros, identificar las características de los elementos del conjunto de los números enteros, representar geométricamente los números enteros en la recta numérica y establecer las relaciones de orden en el conjunto de los números enteros; estos temas se propusieron en la SD, y cada una de estas están de tal forma que tiene coherencia e integración con las demás actividades y recursos puestos en la AHD.

La simbiosis que genera la SD con la AHD hizo que toda esta investigación tuviera un gran resultado muy significativo por parte del docente y es el hecho de que los estudiantes del grado caminar 1 de la institución educativa Jan XXIII de Pereira, los cuales han pasado por situaciones adversas por motivos de repitencia, extraedad, consumo etc, alcanzaran el objetivo de entender que son las relaciones de orden en números enteros y todo esto bajo el aprendizaje de tipo autónomo y socioconstructivista.

## **5.1 CONCLUSION GENERAL**

En el momento de impartir conocimientos o de enseñar hay muchos aspectos que no se tienen en cuenta, como el nivel de desarrollo real de los estudiantes, las habilidades con las cuales cuenta el docente de tipo didáctico de contenidos o los recursos ofrecidos a nivel tecnológico; errores que hace que el aprendizaje no sea verdaderamente relevante.

Con esta investigación se comprobó que al momento de dar una clase si se cuenta con lo antes descrito, integrados en un recurso tecnopedagógico como lo es la AHD se puede alcanzar el objetivo educativo, en este caso enseñanza de las relaciones de orden en números enteros y en

particular los estudiantes de caminar 1 de la institución educativa Juan XXIII de Pereira lograron tener un aprendizaje asertivo; además de esto la AHD proporciono al docente conocimiento didáctico del contenido, proveyó un abanico de formas de dar un mismo contenido utilizando las TIC como (videos, juegos y prácticas online, test virtuales), contribuyó a conocer a los estudiantes y sus ritmos de aprendizaje de la matemática, a integrar la tecnología con el aprendizaje como lo sustenta el marco TPACK; creando así un modelo pedagógico de fácil uso adaptado a los diferentes ritmos de aprendizaje que encontramos en las aulas de clase.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta Luévano, R. M. (2015). Las tecnologías de la información y del conocimiento (Tic), como mediadores digitales desde la psicología de la educación virtual
- Amador Montaña, J. F., & otros. (2013). Las ayudas hipermediales dinámicas AHD en los proyectos de aula con TIC, otra forma de enseñar y aprender conjuntamente. Obtenido de Estrategias de formación y acceso para la formación pedagógica: <http://plataforma.utp.edu.co/>
- Amador Montaña, J. F., Rojas Garcia, J. L., & Sánchez Bedoya, H. G. (2015). Indagación Progresiva (IP) con Ayudas Hipermediales Dinámicas (AHD) en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Arreaga, D. L., De la Fuente Valentín, L., Pardo, A., & Kloos, C. D. (2010). Adaptación de material educativo guiada por IMS Learning Design: experiencias con LRN. RIED. Revista iberoamericana de educación a distancia, 13(2), 209-235.
- Bell, A. (1986). Enseñanza por diagnóstico. Algunos problemas sobre números enteros. En Enseñanza de las Ciencias (págs. 199-208).
- Barnett, J., & Hodson, D. (2001). Pedagogical context knowledge: Toward a fuller understanding of what good science teachers know. Science Education, 85(4), 426-453.
- Begoña, G., & contreras., D. (2006). Alfabetización Digital y el desarrollo de competencias ciudadanas. Barcelona , España.
- Brusilovsky, P. (1996). Methods and techniques of adaptive hypermedia. User modeling and user-adapted interaction, 6(2-3), 87-129.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 31-48.
- Cabrera, E. (2008). La colaboración en el aula: Más que uno más uno. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Cardozo-Cardone, J. J. (2010). Los aprendizajes colaborativos como estrategia para los procesos de construcción de conocimiento. Educación y Desarrollo Social, 4(2), 87-103.
- Carmen, V., & Elvira, J. (sf). Capítulo 1. ¿Qué es y cómo funciona el aprendizaje basado en problemas? En U. A. Madrid, La metodología del Aprendizaje Basado en Problemas (pág. Capítulo N° 1). Murcia.
- Cerda, H. (1991). El Plan Operativo de una Investigación: Los Elementos de la Investigación. Capítulo VI. Bogotá: El Buho. Compilación con fines Instruccionales.

- Cole, M., & Engeström, Y. (1993). A cultural-historical approach to distributed cognition. *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations*, 1-46.
- Coll, C. (2008). Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades. *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza*, 72, , 17-40.
- Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Mariana Miras, J. O., & Zabala., I. S. (1993). *El Constructivismo en el aula*. Barcelona, España.
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry*, K-12, 1-16.
- Díaz B.F. & Hernández R., G. (2002). *Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo*. Segunda edición. Santa Fe de Bogotá: McGraw Hill.
- De Bra, P., Houben, G. J., & Wu, H. (1999, February). AHAM: a Dexter-based reference model for adaptive hypermedia. In *Proceedings of the tenth ACM Conference on Hypertext and hypermedia: returning to our diverse roots: returning to our diverse roots* (pp. 147-156). ACM.
- Duque, P. A., Vallejo, S. L., & Rodriguez, J. C. (2016). *Prácticas Pedagógicas y su relación con el desempeño académico* (Tesis de Maestría). Universidad de Manizales.
- Fernández, J. M., & Trigueros, C. C. (2016). Mensajería instantánea y construcción compartida de significados: Una experiencia de aprendizaje colaborativo en el prácticum del maestro de básica primaria. *RED. Revista de Educacion a Distancia*. Núm 51. Artic. 4., 3.
- Fouz, F., & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. *Módulo 2: Teoría y Práctica en Geometría Objetivo N 3 Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría* 91, 92.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of*. Reidel Publishing Company.
- García Gil, M. E. (s.f.). El vídeo como herramienta de investigación. Una propuesta metodológica para la. Obtenido de <http://www.cesfelipesecondario.com/revista/articulos2011/Monica%20Garcia.pdf>
- Gonçalves, D. S. (Junio de 2011). *LA REFLEXIÓN SOBRE EL PROCESO DE APRENDIZAJE PROPIO*.. Girona, Burgos.
- Goetz, J.P.Y Lecompte, M.D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Ed Morata.
- González, D. M. (2011). Recursos educativos tic de información, colaboración y aprendizaje. *Revista de Medios y Educación*. ISSN: 1133-8482 Píxel-Bit., 70.
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics teacher*, 74(1), 11-18.
- Huertas, R. M. (2009). Formación de la autonomía a través del aprendizaje estratégico. *Revista Aporte Santiaguino*, 2(2), 321-331.
- Vité, R. (2012) *Ambientes de aprendizaje*. Revista Ciencia Huasteca
- Janvier, C. (1985). *The understanding of directed numbers*., Montreal.
- Johnson, D. W. (1999). El aprendizaje cooperativo en el aula. Obtenido de *El aprendizaje cooperativo en el aula*.
- Kuhs, T. M. (1986). Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions. En T. M. Kuhs. Michigan: Center on Teacher Education.
- Lage, F. J. (5 de 12 de 2005). Ambiente distribuido aplicado a la formación/capacitación de RR HH: un modelo de aprendizaje cooperativo-colaborativo. Obtenido de SEDICI. Repositorio Institucional de la UNLP: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/4058>
- Lévy, P. (1999). As Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática. En P. Lévy, *As Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática* (pág. 36). São Paulo: Editora 34.
- González-López, S. A. M. U. E. L., & López-López, A. U. R. E. L. I. O. (2015). Colección de tesis y propuesta de investigación en tics: un recurso para su análisis y estudio. In *XIII Congreso Nacional de Investigación Educativa* (pp. 1-15).
- López, C. M. J., & Duarte, P. V. E. (2009). Enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele. *Revista Educación y pedagogía*, 18(45), 109-118
- Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Routledge.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of teacher education*, 41(3), 3-11.

- Medina Rivilla, A., Domínguez Garrido, M. C., & Sánchez Romero, C. (10 de Julio de 2008.). Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria. Obtenido de Modelo de diseño de medios didácticos para el desarrollo de las competencias. : <http://www.eduonline.ua.es/jornadas2008/comunicaciones/2C5.pdf>
- MEN. (30 de 06 de 2017). Colombiaaprende. Obtenido de Boletín Siempre Día E: [https://diae.mineducacion.gov.co/siempre\\_diae/documentos/2016/166572000015.pdf](https://diae.mineducacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2016/166572000015.pdf)
- Pozo, J. I., & Monereo, C. (2001). El aprendizaje estratégico. Docencia universitaria, 2(2).
- MORALES, B. P., & LANDA, F. V. (2004). Aprendizaje Basado en Problemas. Obtenido de [www.ubiobio.cl/theoria/v/v13/13.pdf](http://www.ubiobio.cl/theoria/v/v13/13.pdf)
- Moust, J. H., Bouhuijs, P. A., & Schmidt, H. G. (2007). El aprendizaje basado en problemas: guía del estudiante (Vol. 1). Univ de Castilla La Mancha
- Moreira, M. A. (2000). La teoría del aprendizaje significativo (pp. 211-252). Servicio de Publicaciones.
- Navarro, T. (2010). Mediación tecnológica para el desarrollo de habilidades de observación en estudiantes de Psicología: un enfoque socioconstructivista.
- Ochoa, R. F. (1994 ). Hacia una pedagogía del conocimiento. Bogota: McGraw-Hill.
- Onrubia, J., Coll, C., Martín, E., Mauri, T., Miras, M., & Zabala, I. S. (1999). El constructivismo en el aula. En J. Onrubia, Enseñar: Crear Zonas de Desarrollo Próximo e Intervenir en Ellas. (pág. 5). Barcelona: Grao.
- Rowland, T. (2009). Developing primary mathematics teaching: Reflecting on practice with the knowledge quartet (Vol. 1). Sage.
- Rowland, T., & Turner, F. (2007). Developing and using the 'Knowledge Quartet': A framework for the observation of mathematics teaching. *The Mathematics Educator*, 10(1), 107-124.
- Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje. *Enseñanza de las Ciencias*, 12(1), 045-56.
- Sanchez, I. J. (2004). Bases Constructivistas para la Integración de TICs. Obtenido de Revista Enfoques Institucionales 6 (75-99): [http://www.facso.uchile.cl/publicaciones/enfoques/08/Sanchez\\_Ilabaca.pdf](http://www.facso.uchile.cl/publicaciones/enfoques/08/Sanchez_Ilabaca.pdf)
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23.
- Shulman, L. S. (1988). The dangers of dichotomous thinking in education. *Reflection in teacher education*, 31-39.
- Smith, D.C. y D.C. Neale (1989), "The construction of subject matter knowledge in primary science teaching", *Teaching and Teacher Education*, vol. 5, núm. 1, pp. 1-20.
- Shulman, L.S. (2004). The wisdom of practice: Essays on teaching, learning, and learning to teach. Ed., Suzanne M. Wilson. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Shulman, L. S. (2005). Signature pedagogies in the professions. *Daedalus*, 134(3), 52-59.
- Siza, M. (2009). Incidencia de una propuesta didáctica que integra los medios informáticos, desde el enfoque socio-constructivista en el desarrollo de la competencia matemática. Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Pedagogía. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. Recuperado el, 2
- Torp, L., & Sage, S. (1998). El aprendizaje basado en problemas: Desde el jardín de infantes hasta el final de la escuela secundaria. Buenos Aires: Amorrortu editores.
- Vallejo, A. G. (1999.). Aplicación de un procedimiento basado en la zona de desarrollo próximo en la evaluación de dos grupos de niños en tareas matemáticas. *Revista De Educación Nueva Época. No. 9*.
- Valenzuela, J. (2000). Los Tres "Autos" del Aprendizaje Estratégico en Educación a Distancia. *Revista de la Escuela de Graduados en Educación*, 1(2): 3-11.
- Vergnaud, G. (1989). L'obstacle des nombres négatifs et l'introduction à l'algèbre. En G. (eds.), *Construction des savoirs. Obstacles et conflits* (págs. 76-83). Quebec: Les Editions Agence d'ARC.
- Vygotsky, L. S. (1991). Obras Escogidas Tomo I. Visor. España.
- Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard university press.
- Vygotsky, L. (1978). Interaction between learning and development. *Readings on the development of children*, 23(3), 34-41.
- Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. In *Handbook of self-regulation* (pp. 13-39).
- Zamorano Vargas, A., & Deulofeu Piquet, J. (2015). La práctica de la enseñanza de las matemáticas a través de las situaciones de contingencia. (Doctoral dissertation, Universidad Autónoma de Barcelona).

